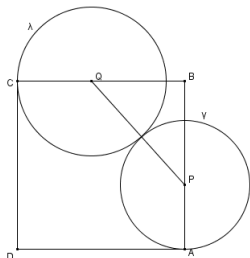
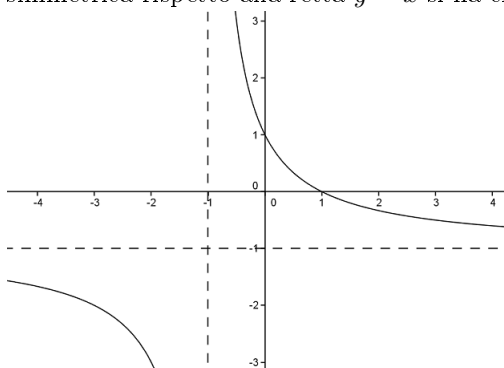


## Ordinamento problema 1

1. Sia  $f(x)$  il raggio della circonferenza  $\lambda$ . Il triangolo rettangolo  $QBP$  ha cateti di misura  $1 - f(x)$  e  $1 - x$  e ipotenusa  $x + f(x)$ . Per il teorema di Pitagora  $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ .



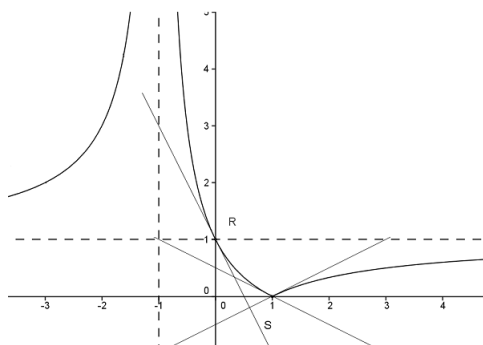
2. La funzione  $f(x)$  che si può scrivere nella forma  $(y + 1)(x + 1) = 2$  rappresenta un'iperbole equilatera con centro in  $(-1; -1)$  e asintoti paralleli agli assi. Osservando che la funzione è biettiva, dunque invertibile, e che l'equazione  $(y + 1)(x + 1) = 2$  è simmetrica rispetto alla retta  $y = x$  si ha che il grafico della inversa



coincide con il grafico della funzione.

3. In un intorno di  $x = 0$  si ha  $f(x) = g(x)$ . Quindi  $g'(x) = f'(x) = \frac{-2}{(1+x)^2}$ . Si ha  $g'(0) = -2$  e la retta tangente in  $R$  ha equazione  $y = -2x + 1$ .

Anche in un intorno sinistro di  $x = 1$  si ha  $f(x) = g(x)$  e quindi la derivata sinistra è  $g'(1) = f'(1) = -\frac{1}{2}$ . La tangente sinistra in  $S$  ha allora equazione  $y = -\frac{1}{2}(x - 1)$ . In un intorno destro di  $x = 1$  si ha  $g(x) = -f(x)$  e la tangente destra in  $S$  ha equazione  $y = \frac{1}{2}(x - 1)$ . Il punto  $S$  è dunque angoloso.



4. L'area in questione è data da  $\int_0^1 \frac{1-x}{1+x} dx = \int_0^1 (-1 + \frac{2}{1+x}) dx = 2\ln 2 - 1$ .