



30 - 3 - 2002

ATENE0

DIDATTICA

RICERCA

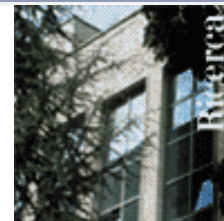
RISORSE E SERVIZI

COME FARE PER

CERCA

[Dipartimenti](#)
[Istituti](#)
[Centri di Ricerca](#)
[Centri del Dipartimento di
Economia Aziendale](#)
[Centri del Dipartimento di
Economia Politica](#)
[Centri di Ricerca
Interdipartimentali](#)
[Dipartimenti di ricerca](#)
[Centri di ricerca interuniversitari](#)
[Centri ospitati](#)
[Forum di ricerca](#)
[Annuario della ricerca](#)

[PRISTEM](#) > [Sito PRISTEM](#) > [Giochi matematici](#) > [Archivio edizioni precedenti \(testi di allenamento\)](#) > [1998 Finale italiana](#) > | [Soluzioni](#)



FINALE ITALIANA 1998 SOLUZIONI

16 maggio 1998 - Università Bocconi

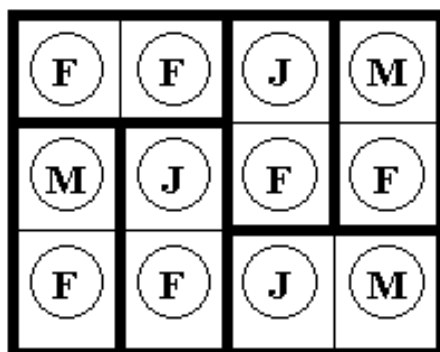
1. UN PROBLEMA TURCO

Convien mettere le cifre maggiori quali fattori e togliere il numero più piccolo. Il massimo valore ottenibile è:

$$9 \times 9 - 1 + 8 = 88$$

2. I DOMINO DELLA FFJM

Tenendo conto della disposizione delle tessere già assegnate e della regola per le righe, si ottiene la seguente unica soluzione :



3. I CUBETTI DELLA FFJM

50 cubetti hanno in totale $50 \times 6 = 300$ facce. Ciascuno dei 48 trattini unisce fra loro due facce; in totale non dovranno essere verniciate $48 \times 2 = 96$ facce. Le facce da verniciare saranno allora $300 - 96 = 204$

4. LA STRISCIA DI CARTA

La striscia di carta si può pensare formata da 3 rettangoli di dimensione 11×1 cm e da un ultimo rettangolo di dimensione 12×1 cm. La lunghezza totale della striscia è allora di 45 cm.

5. L'ALBERO DELLA FFJM

Osserviamo la seguente tabella:

anno	1	2	3	4	5
rami totali	1	3	7	15	31

Possiamo allora affermare che il numero dei rami sarà dato da $212 - 1 = 4095$

6. IL TESORO DEL FARAONE

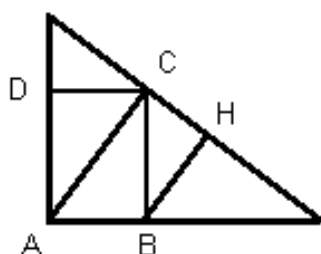
Seguendo le regole assegnate, notiamo una periodicità dopo 10 passi (partendo dalla prima A di PHARAON). Infatti le lettere si susseguono nell'ordine: A, P, O, R, T, S, D, H, A, A. Dunque, poiché $1998 = 199 \times 10 + 8$ e l'ottava lettera della sequenza è la lettera D, questa sarà quella da premere per aprire la porta

7. MOLTIPLICAZIONE DI DOMINO

$66 \times 65 = 4590$ non è accettabile poiché contiene la cifra 9 (non presente nel domino), mentre $65 \times 64 = 4160$ è accettabile. I due domino sono quindi 65 e 64.

8. DIVISIONE DI TRIANGOLI

Lavorando "al risparmio", lascio stare (ad esempio) il primo triangolo e divido gli altri due. Sempre per ottenere triangoli tutti diversi tra di loro, divido ancora i due triangoli piccoli del secondo triangolo



Quattro tagli non sono sufficienti perché i triangoli ABC e ACD risultano uguali. Necessitano quindi 5 tagli

9. NUMERO DI DUE CIFRE

L'incognita è $N = 10x + y$, con x e y interi compresi tra 0 e 9. La condizione data è $Nxy = 336$, cioè $10x^2y + x^2y = 336$. Considerando tutte le diverse possibilità, l'unica soluzione è 42

10. SOMMA DI POTENZE

Notato che $56 > 65$, $34 > 43$ e $2 > 1$, la massima somma possibile sarà

$$2^1 + 3^4 + 5^6 = 15708$$

11. TUTTE LE PAGINE LETTE

Se il numero delle pagine lette fosse di due cifre, chiamando D la cifra delle decine della pagina che sta per leggere e U la cifra delle unità, poiché $D + U + D + U + 1 = 31$, allora $2D + 2U = 30$, da cui $D + U = 15$. I numeri delle pagine possibili saranno allora solo 78 e 79 oppure 96 e 97.

Se invece pensassimo che il numero delle pagine lette fosse di tre cifre, si avrebbe $1 + D + U + 1 + D + U + 1 = 31$ (il libro ha meno di 200 pagine, quindi la cifra delle centinaia è certamente 1), da cui $2D + 2U + 3 = 31$ e $D + U = 14$. I numeri delle pagine possibili sono allora 186 e 187 oppure 168 e 169.

Allo stesso modo troviamo i numeri di pagina dopo la seconda lettura: con due cifre otteniamo $2D + 2U + 1 = 19$ e i numeri di pagina possibili sono 54 e 55 (non accettabile, inferiore ai numeri di pagina della prima lettura), 72 e 73 (non accettabile per lo stesso motivo) e 90 e 91. Pensando alle pagine con la cifra delle centinaia otteniamo $2D + 2U + 3 = 19$, da cui $D + U = 8$. Le risposte possibili sono 108 e 109; 126 e 127; 144 e 145; 162 e 163; 180 e 181.

Considerando allora le differenze possibili, ricordando che le prime due pagine

devono essere lette ancora da Adalberto Maria, si trovano 6 soluzioni : 14 pagine, 32 pagine, 50 pagine, 68 pagine, 86 pagine o 104 pagine.

12. SPESE PER L'INIZIO DELLA SCUOLA

Detti A, B, C, D, E gli acquisti effettuati nell'ordine (A=quaderno, B=temperamatite, C=compasso, D=goniometro, E=classificatore), i dati del problema forniscono:

$$A \times B = 36000$$

$$B \times C = 54000$$

$$C \times D = 72000$$

$$D \times E = 108000$$

$$E \times A = 144000$$

È facile verificare che il sistema delle cinque equazioni ha un'unica soluzione per cui il valore di B è 4500 lire

13. IL CAMPO TRAPEZOIDALE

Si consideri il lato obliquo lungo m 50. Considerando il teorema di Pitagora e il fatto che le misure dei lati devono essere espresse da numeri interi (di metri), si ha che l'altezza del trapezio misura m 40, mentre la proiezione del lato obliquo sul prolungamento della base maggiore misura m 30.

Prendendo ora in esame l'altro lato obliquo e la sua proiezione sulla base maggiore (uguale a m 96) si conclude che la base minore è lunga 4 metri.

14. I 13 NUMERI

Notiamo subito che i numeri pari (che sono 6) devono essere separati da numeri dispari, che sono 7. Ne risulta che la posizione dei numeri pari e dei numeri dispari è completamente determinata

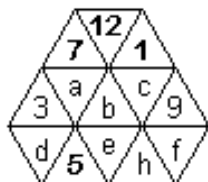


Notiamo adesso che i numeri 3 e 9 non possono essere posizionati in due caselle confinanti con un lato. In effetti, nessun numero pari potrà essere posizionato in una casella confinante simultaneamente con 9 e 3 (infatti, 2 e 4 non possono stare vicino al 3; 8 e 10 non possono stare vicino a 9 e 6 e 12 hanno in comune il divisore 3). Ne risulta che nè 3 nè 9 possono occupare la casella centrale. Sono allora possibili quattro disposizioni per i numeri 3 e 9.

A

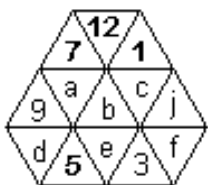


B

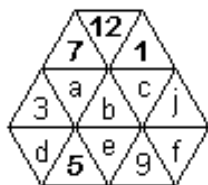


Nelle figure A e B possiamo collocare il numero 6 solo nella posizione "e", che non è accettabile per la prima regola. Le due disposizioni sono quindi impossibili.

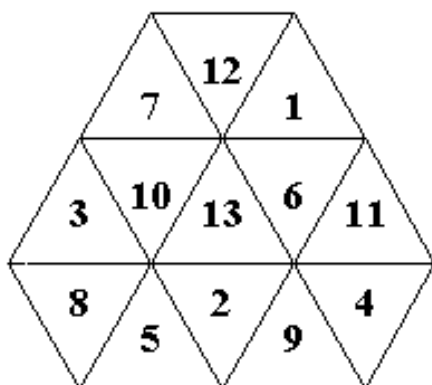
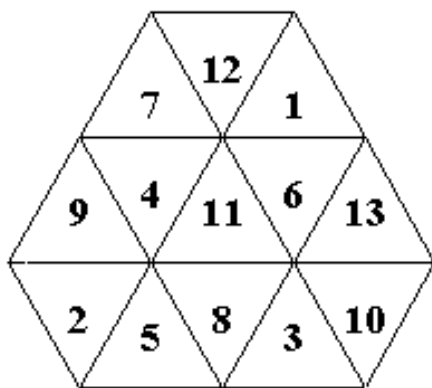
C



D



Studiando la figura C otteniamo: 6 in c, 10 in f, 4 in a, 2 in d, 8 in e, 11 in b, 13 in j.
 Allo stesso modo per la figura D: 6 in c, 10 in a, 4 in f, 8 in d, 2 in e, 13 in b e 11 in j.
 Le soluzioni sono due:



15. IL MAGO ATTI

Sia X il numero compreso tra 1 e 2000 scelto dallo spettatore. Si ha allora:

$$X = R1 \pmod{3}$$

$$X = R2 \pmod{23}$$

$$X = R3 \pmod{29}$$

Possiamo iniziare a trovare le soluzioni delle tre condizioni:

$$1. X = 1 \pmod{3} \text{ e } X = 0 \pmod{23 \times 29}$$

$23 \times 29 = 667$ e $667 = 1 \pmod{3}$, quindi 667 è una soluzione del primo sistema

$$2. X = 1 \pmod{23} \text{ e } X = 0 \pmod{3 \times 29}$$

$3 \times 29 = 87$ e $87 = 18 \pmod{23}$, mentre $9 \times 87 = 783 = 1 \pmod{23}$ quindi 783 è una soluzione del secondo sistema

$$3. X = 1 \pmod{29} \text{ e } X = 0 \pmod{3 \times 23}$$

$3 \times 23 = 69$ e $69 = 11 \pmod{29}$, da cui $8 \times 69 = 552 = 1 \pmod{29}$ quindi 552 è una soluzione del secondo sistema

Il mago Atti ha dunque fatto il calcolo seguente:

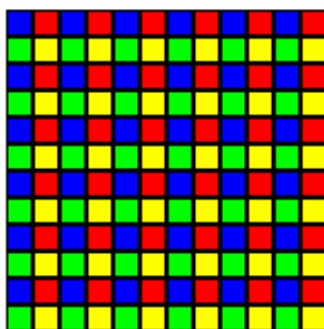
$$667r1 + 783r2 + 552r3, \text{ dividendo poi la somma per } 2001 (= 3 \times 23 \times 29)$$

Con altre soluzioni si perviene alla soluzione finale:

667 o 2668, 783 o 2784, 552 o 2553 e 2001

16. RAREFAZIONE DI PEDINE

Coloriamo il piano quadrettato con quattro colori, come nel disegno seguente:



Quando le 61 pedine sono state messe sulla quadrettatura, in virtù del "principio dei cassetti", esiste almeno un colore sul quale sono posizionate 16 pedine ($61 = 3 \times 15 + 16$). Può allora essere necessario togliere fino a 45 ($= 61 - 16$) pedine in modo che due pedine restanti non siano mai su due caselle in contatto né per un lato né per un vertice.