



2001 Semifinale italiana
Soluzioni

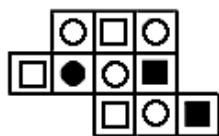
Ricerca > Centri di Ricerca > PRISTEM > Giochi matematici > Archivio edizioni precedenti - testi di allenamento > 2001 Semifinale italiana

SEMIFINALE ITALIANA 2001 SOLUZIONI

1. MELE E PERE

Indichiamo con m il peso di una mela e con p quello di una pera.
La prima figura ci dà l'uguaglianza $2m = 3p$, la seconda: $2m + 100 = 4p$.
Perché entrambe le uguaglianze siano vere, deve essere $m = 150$.
Ogni mela pesa 150 grammi.

2. LE CINQUE TESSERE



3. FIORI PER TUTTI

Indichiamo con L il lato del quadrato e con l la base di ogni appezzamento rettangolare.
Abbiamo $5l = L$ e $2l + 2L = 150$.
Perché entrambe queste uguaglianze siano vere, deve essere $L = 62,5$.
Il perimetro del terreno del signor Penterba misura dunque 250 metri.

4. LO STAMPATORE SBADATO

Basta contare i "6" e i "9" da 1 in poi. Se ne contano 36 arrivando alla pagina 96.
Il nostro libro ha 96 pagine.

5. LE RANOCCHIE E IL PRINCIPE AZZURRO

È Emy la ranocchia che trova il principe azzurro.

6. LA SCALA

Al minimo, la somma degli Euro contenuti nelle caselle della scala è di 59 Euro.

7. LE DUE STRISCE

L'area della zona in grigio è data dal prodotto della misura della base e dell'altezza.
Quest'ultima misura 1 cm; poiché il perimetro è di 8 cm, la base è di 2 cm.
L'area è data da 2 cm².

8. PER RISALIRE IL TEMPO

L'orologio del mio compagno di banco segna l'ora esatta quando la lancetta dei secondi segna i 30 o i 60 secondi. Questo capita esattamente (contando anche l'istante iniziale e quello finale) 91 volte.

9. IL LIBRO DI AL.FA E BE.TA

Se indichiamo con x il prezzo del libro (tasse escluse), abbiamo $x + 15x/100 = 287,5$ da cui $x = 250$.
Su questa cifra calcoliamo la tassa dell'8% e, sul risultato così ottenuto, calcoliamo la nuova tassa del 5%.
Otteniamo la cifra di 283,5 sovrani d'oro (prezzo pagato da Be.Ta).

10. UN TREKKING IN MONTAGNA

Confermiamo anzitutto che la Valnontey è un bellissimo sito.
Per quanto riguarda gli zaini, siano a_0 e c_0 i pesi degli zaini di Anna e Chiara alla partenza:
 $a_0 = c_0$. Alla sera, avremo $c_1 = 2/3 * a_1 = 2/3 * a_0$.
Dopo aver riequilibrato il peso degli zaini, avremo invece $c_2 = a_2 = 5/6 * a_1$. Alla fine, valgono le relazioni $a_3 = 3/4 * c_3$ e $a_3 = c_3 - 500$.
Da tutte queste informazioni si ricava $a_0 = 2400$: al momento della partenza, lo zaino di Anna pesava 2400 grammi.

11. IL QUADRATO DELL'ANNO

Il più piccolo intero positivo richiesto è 249 (il suo quadrato è infatti 62001).

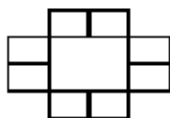
12. UN SUPER COMPLEANNO

Se n è l'età di Angelo (e $n+4$ è quella di Renato), gli anni di Rosi possono essere $n+1$ o $n+2$ o $n+3$.
Nel primo caso ($n, n+1, n+4$), la somma delle quattro somme è $9n+15$, mentre la somma delle tre differenze è 8. Abbiamo quindi $9n+15 = 8(n+4)$ da cui $n+4 = 21$.
Nel secondo caso ($n, n+2, n+4$), un ragionamento analogo porta a $n+4 = 18$ mentre, nel terzo caso ($n, n+3, n+4$), otteniamo $n+4 = 15$.
Il quesito ha tre soluzioni: 15, 18, 21.

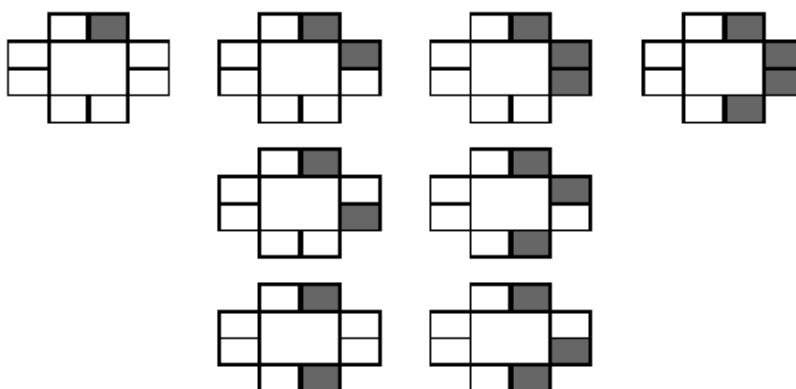
13. LA RUOTA ESPLORATRICE

Siano ABC il triangolo dato con $AB = 30$ cm, $BC = 40$ cm e $AC = 50$ cm e $A'B'C'$ quello percorso dal centro della ruota, simile ad ABC.
Siano H la distanza del vertice A' da AC, A'' l'intersezione del prolungamento di $A'B'$ con AC e K la proiezione di A'' su AB.
Per la similitudine dei triangoli, otteniamo $KA'' = 2$ (da cui $AK = 1,5$) e $A''H = 2$ (da cui $A'A'' = 2,5$). Quindi risulta $A'B' = 24$, $B'C' = 32$ e $A'C' = 40$.
Il centro della ruota percorre un triangolo il cui perimetro è di cm 96.

14. IL MANDARINO DI ORNELLA



Oltre a questa possibilità in cui tutto il mandarino è senza semi, si devono analizzare tutti gli altri casi: tenendo fissa una metà del mandarino (quattro caselle a sinistra), le differenti distribuzioni delle rimanenti quattro caselle senza semi (bianche) o con semi (neri) sono le seguenti. Ognuna va poi moltiplicata per 8 secondo gli otto possibili orientamenti.



La probabilità di casella bianca è $2/3$, di casella nera è $1/3$.

Per tutte le diverse configurazioni le quattro caselle bianche consecutive danno una probabilità di $2^4/3^4$.

Per le altre caselle si hanno nell'ordine le seguenti probabilità:

$$2^3/3^4 + 3x(2^2/3^4) + 3x(2^1/3^4) + 1/3^4$$

Riepilogando:

$$2^8/3^8 + 8x(2^3/3^4 + 3x(2^2/3^4) + 3x(2^1/3^4) + 1/3^4)x(2^4/3^4) \text{ da cui con semplici passaggi:}$$

$$(2^4 + 8x(2^3 + 3x2^2 + 3x2^1 + 1))x(2^4/3^4) =$$

$$= (16 + 8x(8 + 12 + 6 + 1))x(2^4/3^4) =$$

$$= (16 + 8x27)x(2^4/3^4) =$$

$$= 232x(2^4/3^4) =$$

$$= 3712/6561$$