

COMMENTO ALLE SOLUZIONI SEMIFINALI 16 MARZO 2002

1 ... FACILE FACILE , TANTO PER ROMPERE IL GHIACCIO ...

Le nove caselle sono collegate in modo tale che ogni numero dispari è collegato ad almeno due numeri pari e viceversa. Pertanto i cinque dispari sono disposti ai quattro vertici ed al centro; i numeri pari sono al centro dei quattro lati. I due numeri dispari ai vertici del lato destro devono entrambi comunicare con il numero pari al centro del lato destro. I numeri della colonna destra a partire dal basso sono: 7 - 6- 5. Alla sinistra del 5 ci sarà allora il 4. Sotto il numero 1 non può esserci che il 2 e alla destra di questo il 3

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 4 | 5 |
| 2 | 3 | 6 |
| 9 | 8 | 7 |

2 DA CASA A SCUOLA

Percorso estremamente semplice: Iacob deve percorrere al minimo quattro segmenti rettilinei per complessivi 12 chilometri.

Il problema può essere arricchito:

- 1) quanti sono i possibili percorsi minimi? (R. 6)
- 2) Non volendo mai ripassare su uno stesso tratto di strada, quale distanza potrebbe percorrere Jacob al massimo? (R: 36 tratti per complessivi 108 Km)

3 IL GIROTONDO DELLE PULCI

Per risolvere facilmente avrei numerato tutte le 17 caselle partendo, ad esempio dalla casella A con il numero 1 in senso orario (o qualunque altra scelta). Poi avrei completato una tabella del seguente tipo:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|---|---|----|----|----|----|----|-----------|----|----|----|----|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| A | 1 | 4 | 7 | 10 | 13 | 16 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 1 |
| B | 15 | 13 | 11 | 9 | 7 | 5 | 3 | 1 | 16 | 14 | 12 | 10 | 8 | 6 | 4 | 2 | 17 | 15 |

Nella prima riga figurano i secondi passati dall'inizio, nella seconda e nella terza riga figurano i numeri delle caselle occupate. Dopo 13 secondi le due pulci si trovano contemporaneamente sulla stessa casella.

Dopo 17 secondi le due pulci si troveranno nella stessa posizione di partenza.

Se la posizione di partenza delle due pulci fosse invece stata una istantanea perché da ore le due pulci continuavano a fare il girotondo, quanti secondi prima si sarebbero trovate contemporaneamente sulla stessa casella?

E se anche la pulce B procedesse in senso orario (come la pulce A) i risultati cambierebbero?

Il modulometro 17 potrebbe fornirci qualche osservazione interessante, eccone una parte:

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| -34 | -33 | -32 | -31 | -30 | -29 | -28 | -27 | -26 | -25 | -24 | -23 | -22 | -21 | -20 | -19 | -18 |
| -17 | -16 | -15 | -14 | -13 | -12 | -11 | -10 | -9 | -8 | -7 | -6 | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 |
| 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 |

4 LA COMBINAZIONE

Desiderio può con cinque movimenti ridurre il 9 ad un 4 (uguale al numero alla sua destra), con tre movimenti l'8 a 5 (uguale al numero alla sua destra). Dopo 8 movimenti, avrà allora: 3-4-4-5-5. Con un movimento, i due cinque vicini diventano dei quattro e, con un altro movimento, tutti i quattro diventano dei tre. Dopo 10 movimenti, il lucchetto avrà questa combinazione: 3-3-3-3-3. Muovendo una volta tutti i cinque numeri e successivamente due volte i tre numeri centrali si arriva (dopo 13 mosse) alla combinazione 2-0-0-0-2 che è quella richiesta.

5 MANDOLI E ULIVI

Osserva per prima cosa che il terreno è formato da 25 quadrati uguali. Allora ad ogni figlio spetteranno 5 quadrati uniti da almeno un lato e contenenti un ulivo (cerchio pieno) e da un mandorlo (cerchio vuoto).

Per spiegarmi numero i quadrati da 1 a 25 partendo dall'alto e procedendo da sinistra a destra.

I quadrati 25-24-22 sono necessariamente uniti; a questi tre ne devo unire altri due, uno dei quali con un cerchio vuoto. L'unico possibile è il 21 (non il 12 altrimenti il quadrato 13 rimarrebbe poi isolato). Il quinto quadrato devo sceglierlo tra il 20 e il 17. Per decidere, passo allora allo studio della forma di ognuno degli appezzamenti: il quadrato 23 deve essere necessariamente unito ai due sovrastanti formando una colonna di tre

quadrati allineati. Questa ultima informazione mi permette di completare la forma del primo appezzamento considerato, che risulta quindi formato dai quadrati 20-21-22-24-25.
Individuata questa forma, è facile dividere il resto del terreno.

6 LE TABELLINE DI ENRICO

La riga che contiene i numeri 99 e 110, avendo come unico divisore comune (a parte 1) il numero 11 (che si troverà nella prima colonna), mi permette di scrivere nella prima riga i numeri 9 e 10. La casella con il 42 mi permette di scrivere nella riga richiesta il numero 7 ma anche il numero 8 nella prima colonna di sinistra all'ultima riga ed il numero 1 al di sopra del numero 8 scritto nella tabellina. L'ultimo numero da cercare lo ricaviamo dalla divisione tra 60 e 12.
I numeri della prima riga sono: 2-9-10-1-7-5.

7 UN NUMERO MISTERIOSO

Il numero cercato deve essere minore di 2000 (altrimenti la somma richiesta supererebbe 2002) e cominciare con 1; deve però essere anche maggiore di 1974 (differenza tra 2002 e la somma delle cifre del numero 1999, somma massima tra i numeri di quattro cifre che iniziano con 1).
Faccio una prima prova con il numero 1999 ed ottengo $1999+1+9+9+9=2027$, un numero dispari.. Diminuendo di una unità il numero, la somma richiesta diminuisce di 2 rimanendo ancora dispari. Allora diminuisco il numero di una decina esempio 1989 ottengo $1989+1+9+8+9 = 2016$ (numero pari) che supera 2002 di 14.
Basta ora diminuire il numero di 7 unità che la somma richiesta diminuisce di 14. Infatti $1982+1+9+8+2=2002$.

8 DI SCARPA IN SCARPA

Nei primi 100 secondi ognuno dei millepiedi si toglie le proprie scarpe. I genitori rimangono scalzi ed i figli resteranno ognuno con ancora 500 scarpe. Per impiegare il minor tempo possibile, tutti devono lavorare: i genitori devono spostarsi da un figlio all'altro in modo da far terminare l'operazione tutti insieme (se invece volessero togliere tutte le scarpe ad un figlio e poi passare ad un altro, quel primo figlio starebbe inoperoso a guardare il lavoro degli altri, perdendo tempo prezioso).

È possibile risolvere il problema impostando una equazione:

Chiamo con X il numero di secondi oltre il 1000. In X secondi i genitori toglieranno complessivamente $2X$ scarpe dei figli, i tre figli si toglieranno complessivamente $3/2 X$ scarpe per cui: $2X + 3/2 X = 1500$.

La soluzione approssimata all'intero superiore è 429.

Pertanto il tempo minimo per togliere tutte le scarpe è di 1429 secondi

9 CACCIA AL TESORO

La simmetria richiesta è una simmetria assiale. Tale simmetria è definita quando è dato l'asse. Nel nostro caso può essere asse di simmetria sia la retta che passa per due dei punti dati, che l'asse del segmento che unisce due punti dati. Complessivamente sei assi.

In tali condizioni il quarto punto, quello da trovare (simmetrico del terzo punto dato) è unico. Jack dovrà scavare al massimo in sei punti.

Se la simmetria fosse stata centrale o assiale quanti sarebbero stati i punti in cui cercare il tesoro?

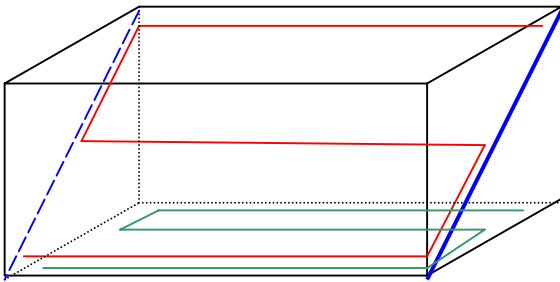
10 I BUGIARDI A CONGRESSO

Indico con A, G, P i congressisti che si occupano rispettivamente di Algebra, di Geometria e di Probabilità. Ad ognuno aggiungo una **b** per indicare i bugiardi o una **l** per i leali. Individuo sei gruppi di congressisti: Ab, Al, Gb, Gl, Pb e Pl. Raccoglio tutte le risposte in una tabella:

| | Ab | Al | Gb | Gl | Pb | Pl | Risposte "si" |
|------------------------------------|----|----|----|----|----|----|---------------|
| <i>Lei è un algebrista?</i> | no | si | si | no | si | no | 100 |
| <i>Lei si occupa di Geometria?</i> | si | no | no | si | si | No | 540 |
| <i>Lei è un Probabilista?</i> | si | no | si | no | no | si | 1610 |
| Totale risposte "si" | | | | | | | 2250 |

Considerando che tutti i 2000 congressisti hanno risposto "si" almeno una volta e che solo i bugiardi hanno risposto "si" due volte, si deduce che i bugiardi sono 250.

11 PASSEGGIANDO NELL'ACQUARIO



Come si vede nella figura il pesciolino rosso si muove su un piano sezione blu dell'acquario individuato dalle diagonali delle pareti Sinistra e Destra. Le due proiezioni quella sulla parete di fronte all'osservatore (fornita dal problema) e quella verde sul fondo dell'acquario hanno entrambe una forma simile ad una "S".

12 I QUATTRO NUMERI

Indico inizialmente i quattro numeri scritti in ordine crescente con le lettere a,b,c,d. La relazione del problema può essere scritta: $a+b+c+d = ad + bc$. I prodotti tra numeri interi positivi maggiori di 1 sono numeri che crescono molto velocemente, per cui provo con i numeri più bassi possibili. In particolare, al numero minore assegno valore 1. La relazione si semplifica subito: $1+b+c+d = d + bc$ (infatti il numero maggiore d è ininfluente nell'uguaglianza e può assumere qualunque valore). La relazione diventa $1+b+c = bc$ che è verificata solo se alla lettera b assegno il valore 2 e alla lettera c il valore 3 (i numeri devono essere interi positivi diversi): infatti $1+2+3 = 2 \times 3$.

Il quarto numero deve allora essere di tre cifre e tali cifre devono essere un 1, un 2 e un 3. Permutando le cifre ottengo i sei risultati richiesti.

13 UNA VECCHIA CALCOLATRICE

Chiamo con a, b, c le tre cifre funzionanti. I sei numeri che posso scrivere sono: $10a+b$, $10a+c$, $10b+a$, $10b+c$, $10c+a$ e $10c+b$. La somma di tutti questi numeri vale $22(a+b+c)$: è un multiplo di 22 e deve potersi scrivere utilizzando tutte o una parte delle cifre a,b,c. Il valore di $a+b+c$ deve essere compreso tra 6 ($1+2+3$) e 24 ($7+8+9$), non deve essere multiplo di 5 (il tasto 0 non funziona) e gli addendi non possono essere tutti dispari

| a | b | c | $22(a+b+c)$ | a | b | c | $22(a+b+c)$ | a | B | c | $22(a+b+c)$ |
|---|---|---|-------------|---|---|---|-------------|---|---|---|-------------|
| 1 | 2 | 3 | 132 | 1 | 2 | 4 | 154 | 1 | 2 | 5 | 176 |
| 1 | 2 | 6 | 198 | 1 | 2 | 8 | 242 | 1 | 2 | 9 | 264 |
| 1 | 3 | 4 | 176 | 1 | 3 | 8 | 264 | 1 | 4 | 6 | 242 |
| 1 | 4 | 7 | 242 | 1 | 4 | 8 | 264 | 1 | 4 | 9 | 308 |
| 1 | 5 | 6 | 264 | 1 | 5 | 8 | 308 | 1 | 6 | 7 | 308 |
| 1 | 6 | 9 | 352 | 1 | 7 | 8 | 352 | 1 | 8 | 9 | 396 |
| 2 | 3 | 6 | 242 | 2 | 3 | 7 | 264 | 2 | 3 | 8 | 286 |
| 2 | 3 | 9 | 308 | 2 | 4 | 5 | 242 | 2 | 4 | 6 | 264 |
| 2 | 4 | 7 | 286 | 2 | 4 | 8 | 308 | 3 | 4 | 5 | 264 |
| 3 | 4 | 6 | 286 | 3 | 4 | 7 | 308 | 3 | 4 | 9 | 352 |
| 3 | 5 | 6 | 308 | 3 | 5 | 8 | 352 | 3 | 6 | 7 | 352 |
| 3 | 6 | 8 | 374 | 3 | 6 | 9 | 396 | 4 | 5 | 7 | 352 |
| 4 | 5 | 9 | 396 | 4 | 6 | 7 | 374 | 4 | 6 | 8 | 396 |
| 4 | 6 | 9 | 418 | 4 | 7 | 8 | 418 | 4 | 8 | 9 | 462 |
| 5 | 6 | 7 | 396 | 5 | 6 | 8 | 418 | 5 | 8 | 9 | 484 |
| 6 | 7 | 8 | 462 | 6 | 7 | 9 | 484 | 7 | 8 | 9 | 528 |

I tre tasti che funzionano possono essere. 1-2-3 2-4-5 2-4-6 3-6-9

14 UN ORDINE... POCO NATURALE

I numeri scritti si possono raggruppare a cinque a cinque e scoprire una chiara periodicità

0 3 1 4 2 **5 8 6 9 7** 10 13 11 14 12 17 ... (+3, -2, +3, -2, +3)
1 4 2 0 3 **6 9 7 5 8** 11 14 12 10 13 16 ... (+3 -2, -2, +3, +3)
2 0 3 1 4 **7 5 8 6 9** 12 10 13 11 14 17 ... (-2, +3, -2, +3, +3)

Posso provare ad iniziare con 3..... ma non riesco e recuperare lo 0 : 3-1-4-2-5- 8...

O iniziare ancora con 2: ... ma non recupero il numero 1. 2-0-3-6-4- 7