

Semifinale italiana dei “Campionati Internazionali di Giochi Matematici” sabato 24 marzo 2007

CENTRO PRISTEM
UNIVERSITÀ BOCCONI

CATEGORIA C1 Problemi 1-2-3-4-5-6-7-8

CATEGORIA C2 Problemi 5-6-7-8-9-10-11

CATEGORIA L1 Problemi 8-9-10-11-12-13-14

CATEGORIA L2 Problemi 10-11-12-13-14-15-16

CATEGORIA GP Problemi 10-11-12-13-14-15
16 17-18

1. SOGNO SPAZIALE

Questa notte, Luca ha sognato di essere un astronauta. Sulla sua tuta spaziale figurava un numero di quattro cifre. In piedi, di fronte al portellone metallico del vascello spaziale, Luca vedeva riflesso il numero stampato sulla sua tuta:

2205

Di che numero si tratta?

2. CHE POTENZA!

Sommate le cifre del numero $N=10^7-2007$ (dopo aver eseguito le operazioni indicate).

Che numero ottenete?

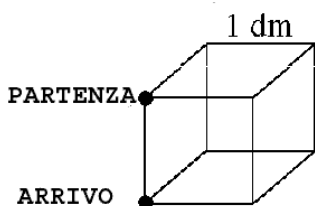
3. LA MACCHIA!

Sara ha macchiato il suo quaderno con l'inchiostro. Ma – guarda caso! – le macchie coprono sempre una stessa cifra. Che l'abbia fatto apposta?

$$\left(\text{macchia} \times \text{macchia} \right) + \text{macchia} = \text{macchia}0$$

Quale è questa cifra?

4. LA FORMICA



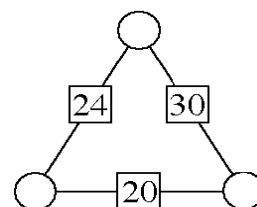
Una formica si sposta sugli spigoli di un cubo in filo di ferro, dal punto indicato con “partenza” fino a quello indicato con “arrivo” senza passare mai due volte dallo stesso

punto.

Quale distanza ha percorso, al massimo, la formica?

5. I TRE NUMERI

Nello schema a fianco, ogni numero scritto in un quadratino si ottiene moltiplicando i due numeri collegati direttamente con lui.



Completate il disegno.

6. I 15 SUDOKU

Nel primo giorno di vacanza, Jacob risolve uno schema di sudoku. Poi, ogni giorno seguente – fino alla fine delle vacanze – ne risolve uno in più del giorno prima: ne risolve due il secondo giorno, tre il terzo giorno, ecc...

Ogni giorno, Jacob – che è un tipo preciso – segna sulla sua agenda il numero degli schemi risolti e, al ritorno dalle vacanze, constata che c'è stato un periodo di almeno due giorni consecutivi durante i quali ha risolto esattamente 15 schemi in tutto.

Qual è questo periodo? Dare tutte le soluzioni, indicando il numero del primo e dell'ultimo giorno del periodo (costituito da giorni consecutivi).

7. STRANE COPPIE

In una strana parte del mondo ci sono degli strani animali, con delle strane caratteristiche:

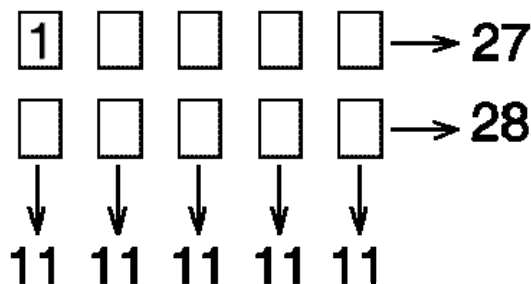
- ogni coppia genera solo delle coppie;
- tutte le coppie di cui stiamo parlando vivono solo 11 mesi e generano una coppia dopo 5 mesi e un'altra dopo 8 mesi;
- le nascite e le morti avvengono esattamente il primo giorno dei vari mesi.

In questa strana parte del mondo, il primo settembre 2005 c'era una sola coppia di questi animali, appena nata.

Quante coppie viventi ci sono invece oggi, 24 marzo 2007?

8. DA 1 A 10

Completate le caselle vuote con i numeri interi da 2 a 10 (scritti una sola volta) sapendo che:



- il numero scritto a destra è la somma dei numeri della relativa riga;

- il numero scritto in basso è la somma dei numeri della relativa colonna;
- i numeri della prima riga sono sistemati in ordine crescente (da sinistra a destra).

9. VIVA IL TORRONE!

Desiderio è il nostro fabbricante di torroni. Per tagliare le sue tavolette di torrone, ha a disposizione uno stampino che ritaglia un unico tipo di quadrato. Il lato di questo quadrato misura un numero intero di centimetri, compreso tra 2 cm. e 34 cm.

Desiderio confeziona i suoi quadrati di torrone sistemandoli (senza sovrapporli) sul piano di una scatola rettangolare di cm. 45 per cm. 34, parallelamente ai suoi bordi.

Che dimensione devono avere le tavolette quadrate perché il peso del torrone contenuto nella scatola sia il minore possibile (e non si possono aggiungere altre tavolette della stessa dimensione)?

10. MATITE COLORATE

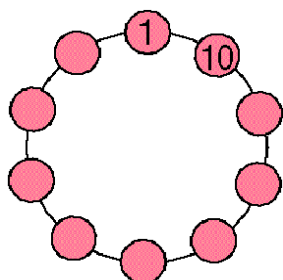
Nando possiede una scatola di 100 matite colorate. Dopo averle usate per i suoi magnifici disegni, butta nel cestino quelle che gli sembrano troppo corte. Nel cestino potete così trovare dei "mozziconi" di matita da 3 cm., da 4 cm., da 5 cm. e da 6 cm.

Il suo nipotino li recupera e unisce i pezzi della stessa lunghezza. Le quattro "barre" che ottiene hanno la stessa lunghezza.

Quante matite restano nella scatola di Nando?

11. IL PIÙ PICCOLO DEI PIÙ GRANDI

Chiamiamo con M la somma maggiore di tre numeri scritti di seguito sulla circonferenza, utilizzando tutti i numeri interi da 1 a 10 (1 e 10 sono già scritti).



Qual è il valore più piccolo di M?

12. SALITA - DISCESA

Carla e Milena abitano a 80 km l'una dall'altra. La strada che va dalla casa di Carla a quella di Milena sale in modo regolare.

Carla e Milena adorano la bicicletta. Quando decidono di vedersi, partono da casa alla stessa ora. Carla va alla velocità costante di 15 km/h (è in salita ...!), Milena alla velocità costante di 35 km/h (è in discesa ...!)

A che distanza dalla casa di Carla si incontreranno?

13. LA PISCINA

La nostra piscina ha la forma di un triangolo rettangolo. Se nuotiamo dal vertice dell'angolo retto al lato opposto, lungo la via più breve, arriviamo a un punto situato a 15 m. da un altro vertice e a 3,75 m. dal terzo.

Quale distanza abbiamo percorso a nuoto?

14. I BISCOTTI

Dopo il naufragio della loro nave, quattro marinai superstiti approdano su un'isola deserta con un cane e una scatola da 100 biscotti (non più piena).

La prima notte, il marinaio più giovane si sveglia affamato; dà un biscotto al cane e mangia la metà del resto

della scatola, prima di riaddormentarsi. Un po' più tardi, un secondo marinaio fa la stessa cosa: dà un biscotto al cane e mangia la metà del resto del contenuto della scatola. Più tardi, sempre di notte, un terzo marinaio fa la stessa operazione come ancora più tardi – ormai è quasi l'alba – il quarto marinaio, che si comporta allo stesso modo.

Quando il sole è già alto nel cielo, i quattro marinai si svegliano: danno un biscotto al cane e, dopo aver mangiato ciascuno un biscotto, constatano che la scatola è vuota.

Quanti biscotti c'erano nella scatola quando i marinai sono approdati sull'isola?

15. FRAZIONI IRRIDUCIBILI

Il numero preferito da Angelo è $x=0,12121212 \dots$ (con le cifre 1 e 2 ripetute infinite volte). Questo numero è uguale a una frazione.

Quale è questa frazione?

(Date la risposta in forma irriducibile)

16. QUANTE DIVISIONI!

Esaminiamo tutti i numeri che si scrivono con le 10 cifre: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 impiegate una e una sola volta (ma che non cominciano con 0).

Quanti di questi numeri sono divisibili per 11?

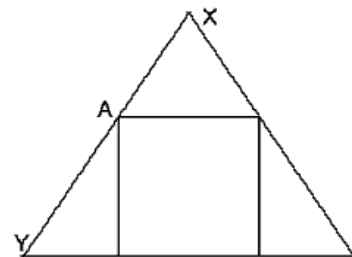
17. UN QUADRO ASTRATTO

Al recente Festival della Matematica di Roma, il famoso pittore Paul

Mathart ha esposto una sua opera di forma triangolare (vedi la figura, che pure non rispetta le proporzioni).

A tutti i visitatori che, incuriositi, gli chiedevano quale fosse mai il rapporto tra le misure dei lati AX e XY, Paul Mathart si è limitato a rispondere che il rapporto tra l'area del quadrato inserito nel triangolo e l'area di quest'ultimo era dato da $12/49$.

Quanto vale il rapporto AX/XY?



18. UN'ANTICA FAMIGLIA

Luca Maria decide di lasciare in eredità ai figli (maschi e femmine) il suo campo, che ha forma triangolare. Per questo, pianta dei picchetti nei vertici del triangolo e al suo interno, facendo in modo di non aver mai tre picchetti allineati. Unisce poi tutti i picchetti, a due a due, con degli steccati, non incrociandone mai due. Smette quando non può più piazzare steccati. Sappiamo inoltre che ogni picchetto è all'estremità dello stesso numero di steccati.

Finito il lavoro, dà una porzione di terreno ad ognuno dei suoi eredi.

Sapendo che Luca Maria ha 10 figlie femmine, quanti figli maschi ha?