1 LE BIGLIE DI LUCA

Si possono contare 10 biglie

2 CLAC – PRING - TOC!

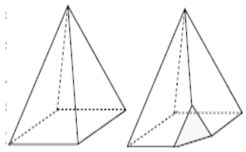
Devono passare 12 secondi (si calcola il minimo comune multiplo tra i numeri 2, 3 e 4.

3 I PESCI DI JACOB

.Nei primi tre giorni, Jacob ha pescato 6 pesci. Altri 6 ne ha pescati negli ultimi tre giorni. Nei rimanenti giorni ha quindi pescato 52-(6+6)= 40 pesci che corrispondono alla pesca di 10 giorni: Jacob ha trascorso al mare 16 giorni

4 LA PIRAMIDE DI SARA

In ognuno dei quattro vertici della base si formano 3 nuovi spigoli; nel vertice comune delle quattro facce laterali si formano 4 nuovi spigoli. Complessivamente, si avranno 24 spigoli



5 PIU' O MENO DI 31

Analizziamo le diverse informazioni:
- "Se ne avessi il triplo, ne avrei più di 31": allora, sono almeno 11.
- "ma, se ne avessi il doppio, ne avrei meno di 31": allora, sono meno di 16.
- "anche adesso, se ne avessi il doppio, ne avrei sempre meno di 31 !": allora, sono meno di 15
- " non ti lamentare! Anche adesso, se tu avessi il triplo dei cioccolatini che hai, ne avresti più di 31 !": allora, sono più di 13.

In conclusione, Matteo aveva 14 cioccolatini.

6 LA TORTA DI ROSI

Angelo prende 5 fette e ne restano 15.
Desiderio prende 4 fette e ne restano 11.
Carla prende 3 fette e ne restano 8.
Milena prende 3 fette e ne restano 5.
Arianna prende 2 fette e ne restano 3 per Rosi

7 LE MONETINE DEI PIER

Con 6 monete, si possono ottenere 60 centesimi in diversi modi:
1x50+1x5+1x2+3x1=60
1x50+5x2=60
2x20+4x5=60
1x20+3x10+2x5=60
6x10=60
In tutto, i nostri Pier hanno 7 monete da 5 centesimi

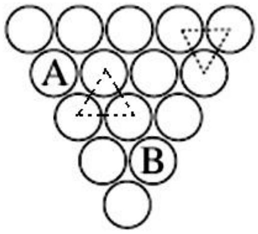
8 NUMERI A DUE CIFRE

Indichiamo con D la cifra delle decine e con U la cifra delle unità.
Il numero N é allora 10D+U. Il nuovo numero M diventa 100D+10U+2. Dalla differenza tra questi due numeri M e N si ha:
90D+9U+2=335. Sviluppando e semplificando, si ricava 10D+U=37
Il numero di due cifre era 37.

9 LE CIFRE
L'addizione completa è la seguente

1 3 5
2 7 6
4 8 9
9 0 0
Il primo addendo è 135

10 IL GRAPPOLO D'UVA



Se sotto l'acino B mettiamo l'acino C, a destra dell'acino A verrebbe un altro acino A: non va bene. Allora, sotto l'acino B, mettiamo l'acino A; procedendo verso l'alto, si trova che la successione dei cinque acini della riga superiore è
CBACB

11 PER QUATTRO E PER CINQUE
Indichiamo con A,B,C,D le quattro cifre. Il numero richiesto può essere scritto come
1000A+100B+10C+D
Moltiplicandolo prima per 4 e poi per 5, abbiamo i due nuovi numeri:
4000A+400B+40C+4D
5000A+500B+50C+5D
Dovendo essere un numero di quattro cifre e l'altro di cinque cifre, alla lettera a possiamo assegnare solo il valore 2. I due numeri diventano:
8000+400B+40C+4D
10000+500B+50C+5D
B non può essere 3 (perché verrebbe una seconda volta la cifra 1 nel secondo numero) e deve essere minore di 5 perché altrimenti il primo numero diventerebbe di cinque cifre. Diamo alla lettera B il valore 4:
9600+40C+4D
12000+50C+5D
C deve valere almeno 6 affinché nel secondo numero la cifra delle centinaia sia diverso da 1 e da 2.
Dando alla lettera C il valore 6, abbiamo i due numeri:
9840+4D
12300+5D
e solo assegnando il valore 9 alla lettera D (che deve necessariamente essere dispari) abbiamo i due numeri
9876 e 12345.
Nessun altro valore può essere assegnato alla lettera C.
Il numero intero da cui si è partiti è 2469

12 IL MINIGOLF

Analizziamo inizialmente il caso in cui Desiderio è andato in buca con un solo colpo in una buca con "par" 2; poi, quello in cui è andato in buca con un solo colpo ad una buca avente "par" 3

9 Buche par 2	1 buca con 1 colpo		6 buche con 3 colpi	2 buche con 4 colpi		27 colpi
9 buche par 3		9 buche con 2 colpi				18 colpi

9 Buche par 2	1 buca con 1 colpo		7 buche con 3 colpi		1 buca con 5 colpi	27 colpi
9 buche par 3		9 buche con 2 colpi				18 colpi

9 Buche par 2	1 buca con 1 colpo		8 buche con 3 colpi			25 colpi
9 buche par 3		8 buche con 2 colpi		1 buca con 4 colpi		20 colpi

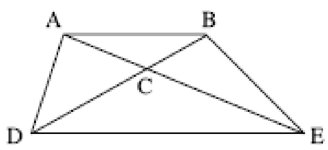
9 Buche par 2			8 buche con 3 colpi	1 buche con 4 colpi		28 colpi
9 buche par 3	1 buca con 1 colpo	8 buche con 2 colpi				17 colpi

Il problema ammette tre soluzioni: 6-7-8

13 LA PALLA DA BILIARDO

Prendiamo in considerazione il centro della biglia. E' un punto che può muoversi in un rettangolo avente le dimensioni di 2,00 e 3,00 metri (il diametro della biglia misura 6 cm)
Muovendosi sempre con angoli di 45°, rispetto le sponde del bigliardo, al 10° rimbalzo e ogni 10 sponde torna al punto di partenza. Al 49° rimbalzo si trova sulla sponda corta a 1,5 metri da un angolo e la sua distanza dal punto di partenza è 1,5 $\sqrt{2}$ metri, circa 2,12 metri

14 IL GIARDINO DI TRAPEZIO



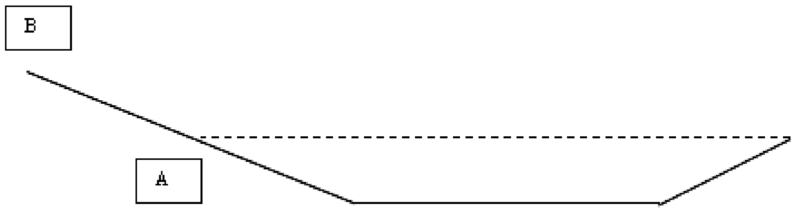
I triangoli ABC e EDC sono simili. Il rapporto tra le loro aree è 32/50 =16/25. Pertanto, il rapporto di similitudine (in particolare AB/DE) è 4/5.
Prolungando il lati DA e EB sino ad incontrarsi in F. I triangoli ABF e DEF sono simili e anche il loro rapporto di similitudine è 4/5.
Chiamiamo con 4x e 5x le basi AB e DE di questi due triangoli e con 4y e 5y le rispettive altezze; la distanza tra i lati del trapezio è y
Consideriamo i triangoli ABD (composto dai triangoli ABC e ADC) e ADC (composto dai triangoli DEC e ADC).
Indicando con K l'area del triangolo ADC (anche l'area di BCE vale K) le misure delle aree dei due triangoli soddisfano le condizioni:
$4xy/2=32+K$
$5xy/2=50+K$
da cui
$xy=16+K/2$
$xy=20+2K/5$
Uguagliando, si ricava $2K=80$
L'area del trapezio ABED misura $80+32+50=162\ m^2$

15 IL RETTANGOLO ELASTICO

Indichiamo con A e B la larghezza e la lunghezza del rettangolo. La sua area misura allora AB
Diminuiamo la larghezza ed aumentiamo la lunghezza di una quantità incognita X rapportata alle due misure. La larghezza diventa
A-AX e la lunghezza B+BX; l'area diventa $A(1-X)\ B(1+X) = AB\ (1-X^2)$. Il testi dice che la diminuzione percentuale è compresa tra il 2 e il 3%, allora:
$0,97<(1-X_2)<0,98$ quindi $0,02<X_2<0,03$ e $0,1414<X<0,1732$. Moltiplicando per 100 e considerando i soli valori interi compresi nell'intervallo si hanno le tre soluzioni:
15%, 16% e 17%

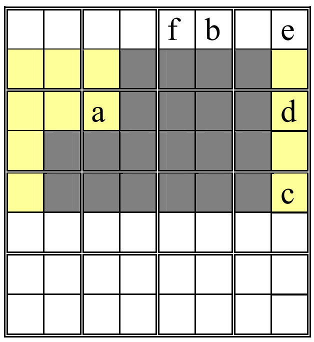
16 PER MONTI E PER VALLI

La parte in discesa (a sinistra) è più lunga di quella in salita (a destra).



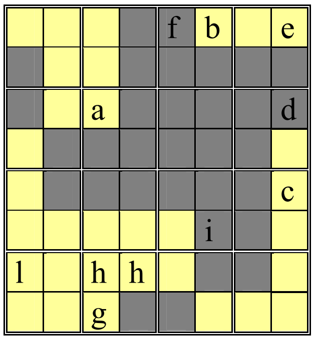
Sulla parte in discesa, indichiamo un punto A in modo che la lunghezza della parte rimanente sia uguale a quella in salita (si percorrono alla stessa velocità sia in salita che in discesa).
La parte in discesa resta divisa in due parti. Consideriamo la prima parte BA.
La percorriamo in discesa a 72km/h e in salita 56 km/h, impiegando 40 minuti in più (40/60= 2/3 di ora).
Quanto è lungo questo tratto?
Chiamiamo con T il tempo impiegato a percorrerlo in discesa e T+2/3 in salita. Risulta:
$72\ T = 56\ (T+2/3)$
T=7/3 di ora (2 ore e 20 minuti)
Questo tratto è lungo 72 x 7/3= 168 km.
La parte rimanente è percorsa sia all'andata che al ritorno in 5/3 di ora (1 ora e 40 minuti)
I tratti in salita/discesa si compensano a vicenda: sono lunghi uguali e vengono percorsi in tempi uguali alla velocità media di:
63 km/h (la media armonica delle due velocità).
2(1/56+1/76)= 63
La velocità è comunque sempre di 63 km/h, la stessa che viene tenuta nel tratto piano. Lo spazio percorso è allora 63x5/3= 105 km.
La distanza complessivamente percorsa e di 168+105 = 273 km.

17 IL PAVIMENTO



Usiamo il colore giallo al posto del bianco per distinguere le caselle in cui è stato individuato il colore da
quelle (bianche) dove il colore non è stato individuato.
Alcune caselle Nere possono essere immediatamente colorate. Vediamo come procedere successivamente:
a: unica possibilità perché ci sono già tre caselle nere;
b: solo Bianca perché ci sono già due nere sotto;
c: non possono mettere Nero perché ci sarebbero 5 tessere con 2 neri in alto (al massimo possono essere 4);
d: proviamo a mettere B. A questo punto, non abbiamo più la possibilità di posizionare il tassello con i

due N in alto (se la posizioniamo nella prima riga ci ritrovassimo a dover posizionare un altro tassello con due N in basso, la posizioniamo nell’ultima riga, nella settima riga ci ritroveremmo a dover posizionare un altro tassello con due N in basso nella sesta riga)
d: mettiamo N: così abbiamo utilizzato tutti i quattro tasselli con due nere sotto e i quattro con due nere sopra
e: può essere solo B
f: può essere solo N.
g: solo B perché sono già posizionati 4 tasselli con i due N in basso
h: può essere solo B perché è l’unico posto dove può ancora essere posizionato il tassello con 3 B e un nero nella posizione in basso a destra
i: può essere solo N perché è l’unico posto in cui può essere posizionato l’ultimo tassello con tre N
l: può essere solo B perché è l’unico posto in cui può essere posizionato il tassello con quattro B.



18 TUTTO CALCOLATO!

Osservazioni preliminari:
- Il triangolo ABC è equilatero: l’angolo ACB=60° e ACE=120°
- AB=AC=BC=l (Unità di Misura lineare)
- CE=AF= k (rapporto tra CE e BC) e AG/AE=k (k>1)
- I triangoli FAG e CAE sono simili perché gli angoli FAG e CAE sono opposti al vertice e i rapporto tra i lati corrispondenti sono uguali (FA/AC=GA/AE=k)

Allora:
- AC:CE=AF: FG; in particolare 1:k=k: FG, quindi FG= k^2
- Calcoliamo AE applicando il teorema del coseno nel triangolo ACE AE= $\sqrt{}(1+k^2-2k\cos 120°) = \sqrt{}(1+k^2+k)$
- AG=$k\sqrt{}(1+k^2+k)$

GE=AE+AG=$(1+k)\sqrt{}(1+k^2+k)$
Consideriamo il triangolo HEG con l’angolo GHE=60°
HE=FG= k^2
HF=k FG = k^3
HG= $k^3+k^2 = k^2(k+1)$
GE=$(1+k)\sqrt{}(1+k^2+k)$
Applicando a questo triangolo il teorema del coseno, troviamo il valore di k
GE=AE+AG=$(1+k)\sqrt{}(1+k^2+k)$
$(HG)^2+(HE)^2-2HG\text{x}HE\cos 60°=(EG)^2$
$k^4(1+k)^2+k^4-k^4(1+k)=(1+k)^2(1+k^2+k)$
$k^4(1+k^2+2k+1-1-k)= (1+k)^2(1+k^2+k)$
$k^4(1+k^2+k)= (1+k)^2(1+k^2+k)$
$k^4= (1+k)^2$
$k^2=1+k$ $k=\Phi$ (Il numero aureo)

Il lato del triangolo equilatero GHI misura $\Phi^2(1+\Phi)=\Phi^4$. Ricordando che l’area di un triangolo equilatero di lato l è $l^2\sqrt{}(3)/4$, allora l’area di GHI misura $\Phi^8\sqrt{}(3)/4$.

Nella successione di Fibonacci con $F_1=1$ e $F_2=\Phi$ si ha:
$F_3=1+\Phi=\Phi^2$,
$F_4=1+2\Phi=\Phi+\Phi^2=\Phi(1+\Phi)=\Phi^3$
....

$F_9=13+21\,\Phi=\Phi^8$
Allora l'area del triangolo GHI è $(13+21\Phi)\,\sqrt{(3)}/4\,l^2 = 47\,\sqrt{(3)}/4\,l^2$
Sapendo che l'area del triangolo di partenza è 1, ricaviamo il valore di l:
$l^2\sqrt{(3)}/4=1$
$l^2=4/\sqrt{(3)}$ e, inserendo questo valore nell'area $47\,\sqrt{(3)}/4\,l^2$, troviamo che l'area di GHI vale 47.