

### 3.1 Il problema della schermatura del campo di una carica elettrica in moto

Il problema trattato nella prima parte del carteggio, la più cospicua, era tornato improvvisamente di attualità all'inizio del Novecento dopo essere stato risolto in modo apparentemente soddisfacente diversi anni prima. Si trattava di capire se il moto di una carica elettrica producesse un campo magnetico. La risposta a noi appare ovvia poiché già dal 1820, grazie al famoso esperimento di Biot e Savart, era noto che una corrente elettrica genera un campo magnetico. Tuttavia, nella prima metà dell'Ottocento non si conosceva ancora la natura delle correnti elettriche e solo con la teoria degli elettroni di Lorentz, alla fine del secolo, si afferma l'identità tra correnti *di conduzione* e correnti *di convezione*. L'idea che una carica in movimento crei un campo magnetico si trova già nell'opera di Faraday ma fu Maxwell, nel suo *Trattato* del 1873, a descrivere in maniera chiara l'esperimento atto a verificare questa ipotesi:

Se la densità di superficie elettrica e la velocità possono essere prese tanto grandi che la forza magnetica diventi una quantità misurabile, si potrebbe almeno verificare la nostra ipotesi secondo cui un corpo elettrizzato in movimento è equivalente ad una corrente elettrica.

Si può supporre che una superficie elettrizzata nell'aria incomincerebbe a scaricarsi con delle scintille quando la forza elettrica  $2\pi\sigma$  raggiungesse il valore 130. La forza magnetica dovuta al foglio di corrente è  $2\pi\sigma v/n$ . La forza magnetica orizzontale in Gran Bretagna è circa 0,175. Perciò una superficie elettrizzata al massimo grado, e che si muovesse ad una velocità di 100 metri al secondo, agirebbe su un magnete con una forza uguale a circa la quattromillesima parte della forza orizzontale terrestre, che è una quantità misurabile. La superficie elettrizzata può essere quella di un disco non-conduttore che ruota nel piano del meridiano magnetico, e si può porre il magnete vicino alla porzione ascendente o discendente del disco, proteggendolo dalla sua azione elettrosta-

tica con uno schermo di metallo. Non mi risulta che questo esperimento sia stato finora tentato.<sup>28</sup>

La realizzazione effettiva dell'esperimento appariva tutt'altro che semplice visto che in laboratorio era possibile mettere in movimento solo piccole quantità di carica a basse velocità. Il primo a tentarla con successo fu nel 1876 il giovane e pressoché sconosciuto fisico americano Henry Augustus Rowland (1848-1901), che fece uso degli strumenti messi a disposizione da Helmholtz nei laboratori di Berlino.<sup>29</sup> Oggi sarebbe un risultato da premio Nobel. Rowland fece ruotare un disco di ebanite di 21 centimetri di diametro, caricato elettricamente, a 60 giri al secondo. Durante il moto veniva invertita la polarità della carica, in modo da aumentare l'effetto. Il campo magnetico veniva rivelato da un aghetto magnetizzato posto vicino al disco, protetto dagli effetti elettrostatici da una custodia metallica. Per valutare la difficoltà dell'esperienza, basta osservare che si trattava di misurare un campo magnetico di intensità uguale circa ad 1/50.000 di quello terrestre. I risultati erano puramente qualitativi ma l'esito non ammetteva dubbi.<sup>30</sup>

L'esperimento di Rowland fu ripreso negli anni successivi da diversi fisici, nella speranza di migliorare le misure. I risultati ottenuti, per quanto sempre poco precisi, indicavano l'esistenza del campo magnetico previsto da Faraday e Maxwell. Fu perciò una vera sorpresa per il mondo scientifico la pubblicazione da parte di un giovane fisico francese alle prime armi, Victor Crémieu (1872-1935), tra il 1900 ed il 1901, dei risultati di alcuni suoi esperimenti in cui la convezione di cariche elettriche sembrava non creare alcun campo magnetico.<sup>31</sup> Le conclusioni di Crémieu erano sostenute nientemeno che da

<sup>28</sup> J. C. Maxwell, *Trattato di elettricità e magnetismo*, op. cit. § 770.

<sup>29</sup> Su Rowland si vedano i seguenti articoli: J. D. Miller, "Rowland's magnetic analogy to Ohm's law", *Isis* 66 (1975), p. 230-241; J. D. Miller, "Rowland and the nature of electric currents", *Isis* 63 (1972), p. 4-27; J. D. Miller, "Rowland's physics", *Physics Today* luglio 1976, p. 39-45.

<sup>30</sup> Per una descrizione precisa di un esperimento simile a quello di Rowland si veda E. Perucca, *Fisica generale e sperimentale*, 2 voll., Torino, UTET, 1940, vol. 2, § 452.

<sup>31</sup> Sugli esperimenti di Crémieu si veda l'articolo di L. Indorato e G. Masotto "Poincaré's role in the Crémieu-Pender controversy over electric convection", *Annals of Science* 46 (1989), p. 117-163; si veda inoltre S. Walter, E. Bolmont, A. Coret (a cura di), *La Correspondance d'Henri Poincaré. Volume 2: Sciences physiques*, Basel, Birkhäuser, 2008.

Poincaré che era allora il massimo teorico francese dell'Elettromagnetismo.<sup>32</sup> Com'è facile immaginare, fu l'inizio di un dibattito internazionale cui parteciparono, in modo più o meno attivo, molti dei fisici dell'epoca.

In Italia la questione fu affrontata da Righi che il 25 settembre 1901, a Bologna, nel corso del primo congresso della Società Italiana di Fisica, tenne una conferenza in cui venivano esaminati criticamente gli esperimenti di Rowland e dei suoi successori.<sup>33</sup> Righi individuò alcune possibili cause di errore per ogni versione dell'esperimento. In particolare fece osservare che lo schermo metallico posto da Crémieu attorno all'ago magnetico (come sappiamo, già previsto da Maxwell) poteva forse fare da schermo anche per il campo magnetico. Non è difficile capirne il motivo. Si consideri infatti la carica elettrica indotta sullo schermo dalla carica sul disco ruotante. Essa non resterà immobile, come in Elettrostatica, ma si sposterà seguendo il moto della carica inducente creando a sua volta un campo magnetico che si sovrapporrà al campo da misurare.

Alla conferenza di Righi era presente anche Levi-Civita. Non sappiamo se egli fosse già al corrente degli esperimenti di Crémieu ma certo vide con chiarezza come essi mettessero in discussione i punti più importanti delle teorie allora accettate. Che Levi-Civita fosse profondamente interessato ai fondamenti dell'Elettromagnetismo è evidente da una sua pubblicazione di alcuni anni prima dove mostrava i profondi legami tra le vecchie teorie del potenziale di Franz Neumann e Helmholtz, da un lato, e le più moderne teorie del campo di Maxwell, Heaviside e Hertz dall'altro.<sup>34</sup> In termini moderni il risultato di Levi-Civita può essere esposto brevemente nel modo seguente. Supponiamo, per semplicità, di essere nel vuoto. La teoria classica del poten-

<sup>32</sup> Riguardo ai contributi di Poincaré all'Elettromagnetismo e alla Fisica in generale si vedano O. Darrigol, "Henri Poincaré's criticism of fin de siècle electrodynamics", *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 26 (1995), p. 1-44; S. Walter, E. Bolmont, A. Coret (a cura di), *La Correspondance d'Henri Poincaré. Volume 2: Sciences physiques, op. cit.*

<sup>33</sup> A. Righi, "Sulla questione del campo magnetico generato dalla convezione elettrica, e su altre analoghe questioni", *Il Nuovo Cimento*, (5) 2 (1901), 233-256. Traduzione tedesca: "Nochmals über die Frage des durch die elektrische Konvektion erzeugten Magnetfeldes", *Physikalische Zeitschrift*, 3 (1902), p. 310-313.

<sup>34</sup> T. Levi-Civita, "La teoria elettrodinamica di Hertz di fronte ai fenomeni di induzione", *Atti della R. Accademia dei Lincei. Rendiconti della Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali* (5) 11 (1902), p. 75-81; in *Opere II*, p. 245-252.

ziale elettrostatico, risalente ai primi anni dell'Ottocento, afferma che una distribuzione di carica elettrica produce in un punto  $P$  un potenziale  $\varphi$  dato da:

$$\varphi(P) = \int \frac{\rho(Q)}{|PQ|} dV_Q$$

dove  $\rho$  è la densità di carica elettrica,  $|PQ|$  è la distanza tra i punti  $P$  e  $Q$ ,  $dV_Q$  è l'elemento di volume nel generico punto  $Q$  e l'integrale è esteso a tutto lo spazio. Dal potenziale si ottiene il campo elettrico  $E$  mediante la relazione  $E = \nabla\varphi$ , dove  $\nabla$  indica il gradiente. Allo stesso modo, una corrente elettrica genera un campo magnetico. Infatti, in analogia con il caso precedente, introduciamo un potenziale vettore  $A$  per mezzo della relazione:

$$\mathbf{A}(P) = \int \frac{\mathbf{j}(Q)}{|PQ|} dV_Q$$

dove  $\mathbf{j}$  è la densità volumica di corrente elettrica. Questa espressione equivale in sostanza alla formula di Biot e Savart per il campo magnetico generato da correnti stazionarie. Calcolando il rotore di  $\mathbf{A}$  si trova appunto il campo magnetico.<sup>35</sup>

Le formule considerate finora riguardano fenomeni stazionari. Supponiamo adesso che le sorgenti varino col tempo e osserviamo che, in generale, le formule di Elettrodinamica sono vere a meno di costanti dimensionali dipendenti dal sistema di unità di misura considerato. Poiché le interazioni elettromagnetiche si propagano alla velocità della luce, il campo nel punto  $P$  all'istante  $t$  avrà avuto origine in un certo punto  $Q$  all'istante precedente  $t - |PQ|/c$ , essendo  $c$  la velocità della luce nel vuoto. La generalizzazione naturale dei potenziali stazionari è dunque la seguente:

$$\varphi(P,t) = \int \frac{\rho(Q,t - |PQ|/c)}{|PQ|} dV_Q, \quad \mathbf{A}(P,t) = \int \frac{\mathbf{j}(Q,t - |PQ|/c)}{|PQ|} dV_Q$$

<sup>35</sup> Per i dettagli si veda il § 15 del libro di W. Pauli, *Elettrodinamica*, Torino, Boringhieri, 1964.

zioni di Maxwell. Si dimostra inoltre che vale la relazione:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0,$$

dove  $\nabla \cdot$  denota la divergenza.<sup>36</sup>

Levi-Civita andava giustamente orgoglioso del suo lavoro sui potenziali ritardati, a cui fa più volte riferimento nelle lettere e in altre successive pubblicazioni.<sup>37</sup> In una certa misura, era il punto d'arrivo di una lunga serie di ricerche. Il potenziale vettore compare nel *Trattato* di Maxwell e l'idea di introdurre i "tempi ritardati" nelle equazioni dell'elettromagnetismo si trova già in Faraday e in Riemann. Le formule dei potenziali ritardati collegano le vecchie teorie del potenziale di Neumann, Weber e Helmholtz con le allora recenti teorie del campo di Maxwell, Heaviside e Hertz. Tuttavia Levi-Civita ignorava che i suoi risultati erano in sostanza già stati ottenuti nel 1867 dal fisico danese Ludvig Valentin Lorenz (1829-1891), in un lavoro che all'epoca non fu notato quanto meritava.<sup>38</sup> Nei trattati moderni le formule per i potenziali ritardati di Lorenz e Levi-Civita vengono ricavate a partire dalle equazioni di Maxwell, di cui costituiscono una soluzione (o, se si preferisce, una versione alternativa). La relazione che lega i potenziali viene imposta per separare le equazioni che li determinano; essa è detta *gauge di Lorentz* poiché fu studiata da Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928) nel 1905.<sup>39</sup>

<sup>36</sup> Per maggiori dettagli si veda un qualsiasi trattato di Elettromagnetismo teorico; ad esempio R. P. Feynman, *La fisica di Feynman*, Milano, Masson Italia, 1998, v. 2, cap. 28.

<sup>37</sup> Ad esempio, in una lettera del 1904 a Lorentz, protestò perché il suo lavoro non era stato citato. Nell'articolo sulla "Maxwells elektromagnetische Theorie" nella *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften* (Leipzig, Teubner, 1904, v. 5, parte 2, p. 63-144) Lorentz si scusò e promise di fare ammenda in futuro; si veda *The Scientific Correspondence of H.A. Lorentz*, a cura di A.J. Kox, Basel, Springer, 2008, p. 166. Il lavoro di Levi-Civita è l'unico contributo teorico italiano ai fondamenti dell'Elettromagnetismo discusso da Whittaker nella sua *History of the theories of aether and electricity*, *op. cit.*; si veda il v. I, cap. XIII.

<sup>38</sup> Sulla teoria di Lorenz si vedano i seguenti lavori: E. T. Whittaker, *A history of the theories of aether and electricity*, cit., vol. I, cap. VIII; H. Kragh, "Ludvig V. Lorenz and his contributions to light scattering", *Proceedings of the Second International Congress on Optical Particle Sizing*, edited by E. Dan Hirleman (Tempe, Arizona State University Printing Service, 1990), 1-6; H. Kragh, "Ludvig Lorenz and nineteenth century optical theory: the work of a great Danish scientist", *Applied Optics* 30 (1991), p. 4688-4695; H. Kragh, "Ludvig Lorenz and the early theory of long-distance telephony", *Centaurus* 35 (1992), p. 305-324.

<sup>39</sup> Esiste una certa arbitrarietà sulla scelta dei potenziali, che permette di imporre dei vincoli arbitrari; ognuna di queste condizioni è detta *gauge*. Per una storia delle *invarianze di gauge* si veda l'articolo di J. D. Jackson e L. Okun "Historical Roots of Gauge Invariance", *Reviews of Modern Physics* 73 (2001), p. 663-680.

Al congresso della Società Italiana di Fisica di Bologna, Levi-Civita discusse con Righi di un lavoro di Hertz che poteva avere attinenza con la conferenza. Tre giorni dopo, il 28 settembre 1901, Righi scrisse a Levi-Civita per ulteriori chiarimenti ed ebbe così inizio la corrispondenza tra i due. Il tentativo di Righi di spiegare il risultato negativo di Crémieu si tradusse ben presto in un elegante problema di Fisica matematica. In una lettera andata perduta, spedita tra il 30 settembre ed il 12 ottobre, Righi chiese a Levi-Civita di calcolare l'effetto di schermatura di una lastra metallica. La formulazione esatta del problema si trova nella versione a stampa della conferenza di Righi.

Veramente non siamo in grado di ben comprendere quale azione eserciti nelle esperienze descritte il conduttore che ripara l'ago magnetico dalle azioni elettrostatiche, ed è questa mancanza [cui i cultori della fisica-matematica potrebbero provvedere non fosse altro dandoci il campo elettromagnetico prodotto al di là di un piano indefinito conduttore da una carica elettrica che si muova uniformemente in linea retta] che ci impedisce forse di vedere chiaramente la ragione dell'opposizione fra i risultati del Crémieu e quelli degli altri sperimentatori.<sup>40</sup>

Nel problema proposto da Righi il campo complessivo sarà chiaramente la somma di due campi: quello prodotto direttamente dal movimento della carica e quello dovuto alle correnti indotte sul piano. Il nocciolo della questione consiste nel determinare queste correnti.<sup>41</sup>

Per circa due anni, Levi-Civita si dedicò alla risoluzione del problema di Righi e di altre questioni ad esso collegate. Per quale motivo tanto impegno? Certo non solo per la soddisfazione di risolvere un problema nuovo e complicato. Il vero motivo dell'interesse di Levi-Civita deve essere cercato in un dettaglio apparentemente secondario. Per tro-

<sup>40</sup> A. Righi, "Sulla questione del campo magnetico generato dalla convezione elettrica, e su altre analoghe questioni" *op. cit.*, p. 245.

<sup>41</sup> Il problema ben più semplice di trovare il campo di una carica elettrica che si muova di moto rettilineo uniforme era stato trattato da Righi in un lavoro pubblicato quello stesso anno: A. Righi, "Sulla massa elettromagnetica dell'elettrone. Letta nella sessione dell'11 febbraio 1906", *Memorie della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna*, (6)3 (1906), p. 189-202; ne apparve anche una versione ridotta sul *Nuovo Cimento*, (5)12 (1906).

vare il campo addizionale creato dalle cariche indotte è necessario imporre delle opportune condizioni al contorno sulla lastra metallica. Nella teoria di Maxwell, in cui si opera con equazioni alle derivate parziali per i campi, non è chiaro a priori quali debbano essere queste condizioni. Al contrario, usando il metodo dei potenziali ritardati, si possono invocare le condizioni al contorno usate nella ordinaria teoria del potenziale. Levi-Civita aveva quindi l'occasione di mostrare l'efficacia delle proprie equazioni.

La corrispondenza ci permette di seguire passo dopo passo l'evoluzione dei risultati. L'impostazione del problema viene delineata da Levi-Civita nella lettera del 12 ottobre del 1901. Il 14 Righi osserva che per una verifica sperimentale sarebbe più utile avere delle formule approssimate piuttosto che la soluzione esatta. Il giorno dopo Levi-Civita risponde che questo non è difficile: le espressioni per i campi al prim'ordine nel rapporto  $v/c$ , essendo  $v$  la velocità della carica mobile, "si possono conseguire senza difficoltà" e le ha già ottenute. Giusto il tempo di trascrivere i calcoli e le formule approssimate vengono comunicate a Righi (19 ottobre). C'è qualche piccolo errore, subito corretto (20 ottobre). Una settimana dopo arriva anche la soluzione esatta (27 ottobre). I risultati confermano l'intuizione di Righi: lo schermo metallico blocca quasi del tutto il campo elettrico e riduce di almeno la metà il campo magnetico. Nel caso limite di una linea continua di particelle si ottiene una corrente continua e si ritrova il risultato già noto che lo schermo non modifica in alcun modo il campo magnetico e agisce sul campo elettrico come in Elettrostatica. Il problema era stato completamente risolto in un mese. Righi fece in tempo ad aggiungere in nota alle bozze della sua conferenza la notizia del risultato raggiunto.<sup>42</sup>

La soluzione di Righi fu subito resa nota in diverse pubblicazioni. Righi espose, senza sviluppi analitici di alcun tipo, i risultati di Levi-Civita in un articolo diretto ai fisici sperimentali.<sup>43</sup> Da parte sua, Le-

<sup>42</sup> A. Righi, "Sulla questione del campo magnetico generato dalla convezione elettrica, e su altre analoghe questioni" *op. cit.*, nota a p. 245.

<sup>43</sup> A. Righi, "Ancora sulla questione del campo magnetico generato dalla convezione elettrica", *Il Nuovo Cimento*, (5)3 (1902), p. 71-80. Traduzione tedesca: "Über die Frage des durch die elektrische Konvektion erzeugten Magnetfeldes und über andere ähnliche Fragen", *Physikalische Zeitschrift*, n. 19, 3, Jahrgang, 1 Juli 1902, p. 449-456.

vi-Civita pubblicò i dettagli della propria soluzione in una lunga Memoria in francese, divisa in tre parti: nella prima viene esposta nuovamente la teoria dei potenziali ritardati, nella seconda si ricavano delle formule che forniscono il campo generato da un generico sistema di cariche in movimento e solo nella terza parte viene risolto il problema di Righi.<sup>44</sup> L'anno dopo ne scrisse anche una versione in italiano per il *Nuovo Cimento*<sup>45</sup> che differisce da quella francese solo perché vengono ricavate direttamente le espressioni approssimate per i campi, tralasciando del tutto le formule esatte. Fu per Levi-Civita l'occasione di dare una maggiore diffusione alla propria teoria dei potenziali ritardati, sia tra i fisici italiani che in ambito internazionale.

Ci sembra opportuno inserire a questo punto un'analisi moderna della Memoria francese di Levi-Civita. Si tratta di un bell'esempio di come la relatività ristretta – che apparve di lì a poco (1905) – abbia cambiato la Fisica dell'Elettromagnetismo. Il problema della carica che trasla parallelamente a un piano conduce infatti in modo naturale a introdurre due riferimenti inerziali diversi, uno connesso alla lastra e l'altro alla carica. Qui però cominciano le difficoltà. Levi-Civita ipotizza che esista un etere (§15). Di conseguenza il riferimento del laboratorio, rispetto a cui l'etere è supposto immobile, risulta privilegiato rispetto al riferimento della carica. I due riferimenti sono legati dalla trasformazione di Galileo:

$$x = \xi + vt, \quad y = \eta, \quad z = \zeta$$

essendo  $v$  la velocità della carica,  $x, y, z$  le coordinate cartesiane del sistema di assi fisso,  $\xi, \eta, \zeta$ , le coordinate cartesiane del sistema di assi mobile (§14). Tutta la Memoria resta perciò nell'ambito della Fisica pre-relativistica.

La necessità di quella che oggi viene detta *trasformazione di Lorentz* avrebbe potuto essere intuiva dalla presenza in alcune formule di

<sup>44</sup> T. Levi-Civita, "Sur le champ électromagnétique engendré par la translation uniforme d'une charge électrique parallèlement à un plan conducteur indéfini", *Annales de la Faculté des Sciences de l'Université de Toulouse pour les sciences mathématiques et les sciences physiques* (2) 4 (1902), p. 5-44; in *Opere* II, p. 153-195.

<sup>45</sup> T. Levi-Civita, "Sul campo elettromagnetico generato dalla traslazione uniforme di una carica elettrica parallelamente ad un piano conduttore indefinito", *Nuovo Cimento* (5) 6 (1903), p. 141-185; riprodotto parzialmente in *Opere* II, p. 197-216.



un fattore  $1 - a^2$ , essendo  $a$  il rapporto tra la velocità della carica e quella della luce. Ad esempio, passando dal riferimento fisso a quello mobile, l'operatore dalembertiano diventa (§14):

$$(1 - a^2) \frac{d^2}{d\xi^2} + \frac{d^2}{d\eta^2} + \frac{d^2}{\zeta^2}$$

È evidente che si sarebbe dovuto eseguire un ulteriore cambiamento di variabili in modo da ottenere l'operatore laplaciano, coerentemente con l'ipotesi di una carica immobile.

La necessità di introdurre ipotesi di tipo relativistico si impone nel §11 in cui si richiede che la velocità della carica sia inferiore a quella della luce. Questo vincolo proviene dalla formula del potenziale scalare ritardato ovvero dalle equazioni di Maxwell (che equivalgono alle formule dei potenziali ritardati) e dunque, in ultima analisi, dalle trasformazioni di Lorentz delle coordinate (che costituiscono il gruppo di trasformazioni delle equazioni di Maxwell).

Quasi al termine della Memoria viene trattato il caso in cui la carica si muove alla velocità della luce (§19). Passando al limite nelle formule, si trova che in tal caso i campi indotti sarebbero nulli ossia che lo schermo non modificherebbe in alcun modo il campo della carica. Il fatto che si siano ottenuti risultati apparentemente validi per un fenomeno impossibile mostra una volta ancora che la trattazione non è relativistica.

Nessun dubbio sul moto relativo sfiorò tuttavia i due studiosi; furono altri i problemi interpretativi che li tennero occupati. Anche dopo che erano state trovate le formule risolutive, Righi e Levi-Civita continuarono a scambiarsi lettere alla media di una alla settimana fino al febbraio del 1902. Il 30 ottobre 1901 Righi osserva che, se lo schermo non influenza il campo di una particella che viaggia con la velocità della luce e se vale la *“moderna teoria secondo la quale la corrente elettrica in un filo sarebbe dovuta ad un vero afflusso di ioni elettrizzati entro il conduttore”*, allora si deve concludere che *“i ioni scorrenti nel filo e costituenti la corrente elettrica ordinaria si devono muovere precisamente colla velocità della luce”*. Evidentemente si tratta di un paralogismo. Nella sua risposta (lettera del 31 ottobre) Levi-Civita deve usare un po' di tatto per convincere Righi che non si può saltare a conclusioni af-

frettate. Che un fisico del livello di Righi potesse credere a una tale assurdità mostra assai bene quanta insicurezza vi fosse ancora riguardo alla teoria degli elettroni di Lorentz. Nonostante queste interpretazioni affrettate, Righi ha compreso i calcoli di Levi-Civita abbastanza bene da riuscire a esibire nella stessa lettera il *vettore caratteristico*  $\Pi$  del problema nel caso limite del piano perfettamente conduttore.<sup>46</sup>

Poco tempo dopo, è l'intuizione fisica di Righi a dimostrarsi corretta. Il primo novembre osserva che ci deve essere qualcosa di sbagliato nelle formule approssimate di Levi-Civita (Righi scrive "*qualche errore di copiatura*") poiché non vi compare la resistenza dello schermo conduttore. Dapprima Levi-Civita si dichiara sicuro dei propri risultati (lettera del 2 novembre), poi ammette che le approssimazioni trovate valgono solo sotto una particolare condizione che tende ad escludere i casi in cui la resistenza del piano conduttore è molto piccola (lettera del 29 dicembre). Per poter ottenere delle espressioni approssimate valide in tutti i casi, Levi-Civita si vede costretto a usare un diverso artificio di calcolo.

In seguito, però, Righi commette un nuovo errore. È un bell'esempio di come un certo rigore matematico sia necessario sempre, anche nella risoluzione dei problemi di Fisica. Nella lettera datata 8 gennaio 1902, applica le formule risolutive al caso in cui una retta infinita uniformemente carica si muove con velocità costante parallelamente ad un piano perfettamente conduttore ed afferma che anche in questo caso vi è un'azione di schermatura del campo magnetico, contrariamente a risultati noti. Non è così, risponde Levi-Civita (lettera dell'8 gennaio 1902): Righi ha implicitamente supposto che sia possibile invertire l'ordine di certi passaggi al limite, ognuno dei quali corrisponde ad una precisa situazione fisica. Uno dei limiti corrisponde all'ipotesi che la carica puntiforme diventi una retta elettricamente carica che trasla uniformemente, l'altro alla supposizione che la resistenza del piano sia nulla. Qual è l'ordine giusto? Poiché si possono avere sperimentalmente correnti di lunghezza praticamente infinita (rispetto all'apparato sperimentale) ma solo piastre di resistenza finita, è necessario pri-

<sup>46</sup> Il vettore caratteristico  $\Pi$  era stato introdotto da Righi nella Memoria "Sulla massa elettromagnetica dell'elettrone. Letta nella sessione dell'11 febbraio 1906", *op. cit.* In termini moderni, la proprietà caratteristica di  $\Pi$  è che il suo rotore fornisce il potenziale vettore. Per alcune configurazioni fisiche particolarmente simmetriche, il vettore  $\Pi$  può essere determinato a priori; per derivazione si trovano poi i campi.

ma far tendere ad infinito la lunghezza della linea mobile e solo in seguito verificare il caso limite di una lastra perfettamente conduttrice facendo tendere a zero la resistenza.

L'ultimo dubbio di Righi riguarda l'influenza della lastra metallica sul campo elettrico di una corrente rettilinea costante. Egli crede di poter dimostrare che in questo caso, a differenza che in Elettrostatica, la schermatura non sia perfetta. Sospetta inoltre che si debba tener conto dello spessore della lastra (lettera del 14 gennaio). Anche stavolta Levi-Civita lo corregge immediatamente: non vi è campo elettrico oltre lo schermo e questo risultato non cambia anche considerando conduttori di forma e dimensioni diverse (lettera del 15 gennaio).

Esauriti i dubbi, resta da vedere in che modo queste ricerche contribuiscano a risolvere i problemi posti dal risultato negativo di Crémieu. Ebbene, a questo riguardo le ricerche di Levi-Civita non forniscono alcuna spiegazione. Infatti – osserva Righi (lettera del 17 gennaio) – in quasi tutti gli esperimenti successivi a quello di Rowland le cariche in movimento erano distribuite in modo pressoché uniforme su una superficie, per cui il loro movimento dava origine a una corrente sensibilmente costante. Secondo le formule di Levi-Civita, in questo caso il diaframma svolge perfettamente il proprio ruolo ossia scherma il campo elettrico e lascia indisturbato quello magnetico. Non c'è perciò nulla da investigare in questa direzione per uno sperimentatore. Righi accenna brevemente a un suo tentativo di “*constatare la f[orza] e[llettrica] prodotta dalla convezione magnetica*”, ma non pubblicò nulla al riguardo.

Tuttavia, Levi-Civita non si diede per vinto. Se il moto di una singola carica restava un caso teorico, poteva darsi invece che una corrente alternata parallela allo schermo conduttore potesse condurre a un esperimento (lettera del 10 febbraio). I risultati furono incoraggianti: la lastra intercettava completamente il campo elettrico e riduceva sensibilmente quello magnetico. Levi-Civita espose il nuovo risultato in una Memoria che fu pubblicata quello stesso anno sui *Rendiconti Lincei*.<sup>47</sup> In questo lavoro, motivato dalla speranza di una verifica speri-

<sup>47</sup> T. Levi-Civita, “Influenza di uno schermo conduttore sul campo elettro-magnetico di una corrente alternativa parallela allo schermo”, *Atti della R. Accademia dei Lincei. Rendiconti della Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali* (5) 11 (1902), p. 163-170, 191-198, 228-237; in *Opere II*, p. 217-244.

mentale, l'attenzione è più concentrata sulle approssimazioni e sui dati numerici piuttosto che sul rigore analitico tipico della tradizione italiana. Per attirare ulteriormente l'attenzione dei fisici sperimentali, Levi-Civita ne preparò una versione abbreviata per il *Nuovo Cimento* in cui l'apparato matematico è ridotto al minimo.<sup>48</sup> Cercò anche di convincere Righi a tentare l'esperimento. Righi abbozzò qualche valutazione di ordini di grandezza (lettera del 19 febbraio) ma non sappiamo se l'esperimento venne effettivamente realizzato.

L'ultimo lavoro ispirato dagli esperimenti di Crémieu, non citato nella corrispondenza, fu pubblicato da Levi-Civita alla fine del 1902. Vi era finalmente risolto il problema generale dei valori al contorno in presenza di conduttori.<sup>49</sup> Correggendo le proprie affermazioni precedenti, Levi-Civita dimostrava che si possono ottenere le condizioni al contorno applicando le equazioni di Maxwell a superfici e circuiti chiusi infinitesimi che racchiudono una sezione della superficie conduttrice e che tali condizioni garantiscono l'unicità del campo. Sono gli stessi metodi che si trovano nei trattati moderni. Veniva così dimostrata la perfetta equivalenza delle teorie integrali e differenziali anche rispetto ai fenomeni di induzione.<sup>50</sup>

Resta infine da dire qualche parola su come sia stato infine risolto il mistero del risultato negativo di Crémieu. A partire dal 1901 un allievo di Rowland, Harold Pender (1879–1959), aveva ripetuto gli esperimenti di Crémieu ottenendo la deviazione dell'ago magnetizzato prevista da Maxwell. Per qualche tempo Crémieu e Pender condussero in parallelo esperimenti dello stesso tipo, con risultati opposti. La situazione doveva essere chiarita. Nel gennaio del 1903, Pender andò a Parigi su invito di Poincaré e si mise al lavoro, in collaborazione con Cré-

<sup>48</sup> T. Levi-Civita, "Influenza di uno schermo conduttore sul campo elettromagnetico di una corrente alterna parallela allo schermo", *Nuovo Cimento* (5) 3 (1902), p. 442-455. Non è incluso nelle *Opere*.

<sup>49</sup> T. Levi-Civita, "La teoria elettrodinamica di Hertz di fronte ai fenomeni di induzione", *Atti della R. Accademia dei Lincei. Rendiconti della Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali* (5) 11 (1902), p. 75-81; in *Opere* II, p. 245-252.

<sup>50</sup> L'equivalenza era già implicita nel fatto che le equazioni dei potenziali ritardati e le equazioni di Maxwell non sono altro che le versioni rispettivamente integrali e differenziali delle stesse leggi fisiche. Leggendo il §9 della Memoria "Sur le champ électromagnétique engendré par la translation uniforme...", *op. cit.*, si vede che Levi-Civita aveva applicato fin dal principio i metodi per trovare le condizioni al contorno che furono poi evidenziati nella Memoria "La teoria elettrodinamica di Hertz di fronte ai fenomeni di induzione", *op. cit.*

mieu, su un programma sistematico di esperimenti. Dopo tre mesi, fu emesso il verdetto finale: l'ago magnetizzato veniva effettivamente deviato e il risultato negativo di Crémieu era dovuto alla polarizzazione di materiale dielettrico dell'apparato.<sup>51</sup>

La polemica internazionale sull'esperimento di Crémieu ebbe qualche conseguenza per lo sviluppo della Fisica. La teoria di Maxwell, che aveva resistito ad assalti ripetuti su un punto critico, ne uscì rafforzata. In particolare, Poincaré lasciò cadere le critiche continue a cui l'aveva sottoposta per anni. Il suo famoso lavoro "Sur la dynamique de l'électron", uno dei testi basilari sia per la nascita della relatività ristretta che per l'applicazione della teoria dei gruppi alla Fisica, fu scritto poco dopo la fine del dibattito e si fonda sulla validità delle equazioni di Maxwell.<sup>52</sup> L'unica vittima di tutto l'episodio fu Crémieu, la cui carriera scientifica venne stroncata sul nascere.

<sup>51</sup> In una lettera dell'11 dicembre 1901, Levi-Civita aveva scritto a Poincaré per informarlo delle proprie ricerche e per segnalargli le pubblicazioni sue e di Righi apparse fino a quel momento. La risposta di Poincaré (14 dicembre) è brusca: "Non credo che questa sia la vera spiegazione." La corrispondenza tra Levi-Civita e Poincaré è riportata in: *La correspondance entre Henri Poincaré et les physiciens, chimistes et ingénieurs*, op. cit.

<sup>52</sup> H. Poincaré, "Sur la dynamique de l'électron", *Rendiconti matematici del Circolo di Palermo* 21 (1906), p. 129-175.