

A cinquant'anni dalla morte

"Nel trovarci qui riuniti al III Congresso dell'Unione Matematica Italiana - diceva Alessandro Terracini nel 1948 - mi pare impossibile non rivedere tra noi la figura di FUBINI, come la vedevamo, sempre in moto; non riudire la sua voce potente, espressiva, piena di accenti e di inflessioni. Eppure è proprio così e se, aderendo all'invito dell'Unione Matematica Italiana, mi accingo a rievocare l'opera di FUBINI nei suoi rapporti con la geometria proiettiva differenziale, forse a ciò non è estraneo il desiderio di illudermi quasi che oggi Egli sia qua, in questa Pisa dove si è formato, che non ha dimenticato mai".

Dedichiamo questo inserto alla figura di Guido Fubini, di cui quest'anno ricorre il cinquantenario della morte e pubblichiamo, tra l'altro, alcuni materiali inediti che ci sembra bene contribuiscano ad illustrarne la figura. Ci sarebbe in realtà piaciuto riprodurre anche il testo di una conferenza ("Il teorema di riduzione per gli integrali doppi" apparsa postuma sui Rend. Sem. Mat. Torino, 1949) in cui Fubini aveva ricostruito motivazioni e idee che lo avevano portato, all'inizio del secolo, a dare uno dei più noti risultati nella teoria dell'integrazione, ma questioni di spazio ci hanno costretto a rinunciare.

Guido Fubini era nato a Venezia il 19 gennaio 1879. Nel 1896 entrò alla Scuola Normale Superiore di Pisa, dove ebbe come maestri Ulisse Dini, Eugenio Bertini e soprattutto Luigi Bianchi, sempre citato come il grande ispiratore della sua attività di matematico. Una conferenza tenuta a Pisa, alla Normale, sui fondamenti della geometria proiettiva differenziale, ad esempio, era anche l'occasione per esprimere la soddisfazione di



"parlare in quest'aula ove ancora si muove lo spirito del mio grande Maestro Prof. Luigi BIANCHI, dove tanti e tanti studiosi, ed io tra essi, abbiamo appreso l'amore della ricerca geometrica".

La carriera di Fubini fu particolarmente rapida. Si laureò nel 1900 discutendo una brillante tesi (poi pubblicata) "Sul parallelismo di Clifford negli spazi ellittici". Libero docente nel 1903, fu professore ordinario di Analisi a Catania, Genova e al Politecnico di Torino dove (dal 1908) rimase per trent'anni, insegnando anche Analisi superiore all'Università. Poi le leggi antisemitiche

promulgate dal regime fascista nel 1938 lo costrinsero ad emigrare. Andò esule a Parigi, a Princeton all'Institute for Advanced Study, trasferendosi infine per motivi di salute a New York ove morì il 6 giugno 1943.

La commemorazione ufficiale in Italia ebbe luogo solo una decina d'anni dopo, perché - come si disse in quell'occasione - "non poté Egli allora venir commemorato fra noi, causa la situazione bellica e politica."

Little giant: così Fubini veniva scherzosamente chiamato, per sottolineare il

contrasto fra una piccola statura e una grande, forte e vivace personalità. Le sue ricerche furono dedicate alla teoria dei gruppi discontinui e delle funzioni automorfe, al principio di minimo, alla rigorizzazione dei fondamenti dell'Analisi (ma anche alle sue applicazioni), alla Geometria proiettivo-differenziale, di cui fu il fondatore e cui si sentiva fortemente legato.

"L'opera del Fubini - scriveva nel 1954 Beniamino Segre in occasione della commemorazione lincea prima citata - lascia un'orma duratura in vari rami classici dell'Analisi e della Fisica matematica; essa ha però dato soprattutto una nuova impronta alla Geometria differenziale, precludendo ai più recenti risultati in quest'indirizzo, ed ha arretrato contributi preziosi - anche se saltuari - a quell'opera di rinnovamento dei fondamenti dell'Analisi che si fregia dei nomi di PEANO e di LEBESGUE."

Molto sommariamente si può dire che Fubini fu soprattutto analista prima dello scoppio della guerra '15-'18. Successivamente le sue ricerche di Analisi acquistarono un significato quasi di "occasionalità" di fronte all'emergere degli studi di geometria differenziale. Per questi ultimi la collaborazione di Fubini con Eduard Čech fu particolarmente importante: essa diede luogo a risultati significativi e - soprattutto - aprì nuove prospettive alla ricerca. Quest'aspetto dell'attività di Fubini sarà sicuramente illuminato dalle numerose lettere, scambiate con Čech a proposito del volume scritto a quattro mani sulla Geometria proiettivo-differenziale, di cui la prof.ssa Silvia Roero dell'Università di Torino sta curando trascrizione e pubblicazione.

Complessivamente i lavori scientifici di Fubini sono quasi 200. Le "Opere Scelte" sono state pubblicate a cura dell'Unione Matematica Italiana e di una Commissione composta da C. Agostinelli, G. Albenza, M. Cibrario Cinquini, G. Sansone, B. Segre, A. Terracini, E. Togliatti e F. Tricomi nel '57 con una commemorazione iniziale di B. Segre. Qui non è naturalmente possibile andare oltre questi rapidi e scarni cenni. È però giusto, sempre in questi limiti, indicare almeno due caratteristiche (non solo stilistiche) che emergono dalla lettura degli scritti di Fubini. La prima riguarda il suo interesse per i "grandi affreschi" piuttosto che per le indagini minute nei cui confronti egli avverte quasi un senso di fastidio. Così in molti suoi scritti si trovano, a mo' di conclusione, frasi che contrastano abbastanza platealmente con quella completezza formale tipica di molta matematica italiana: "Il loro studio accennato può essere oggetto di utili ricerche future" o ancora: "resta da vedere se questo metodo sia anche applicabile", per terminare con la "confessione" di non essere riuscito a dimostrare completamente una certa proposizione per cui una sua conseguenza è solo verosimilmente (e intuitivamente) corretta. Insomma, il rigore e la completezza della prova sono un esito cui bisogna tendere (in molti casi importanti sicuramente raggiunto da Fubini), ma la parzialità delle prove addotte non è comunque motivo sufficiente per interrompere le indagini e bloccare lo sviluppo dell'intuizione.

Non bisogna poi trascurare il fatto che Fubini insegnò al Politecnico. Da qui il suo continuo sforzo di essere matematico in un "mondo" di ingegneri; da qui le numerose conferenze di carattere divul-

gativo sul calcolo funzionale o quello simbolico tenute per gli ingegneri.

Fubini non intende rinunciare alle potenzialità del pensiero matematico (pur sapendo che a volte ciò è "promessa sicura di noia ineffabile") e rivendica il piacere di studiare "per il solo orgoglio dello spirito umano"; l'astrattezza non è "un difetto, è al contrario singolare titolo di gloria e di fecondità poderosa per le nostre dottrine." Cerca però di coniugare la sua radicata struttura matematica con le esigenze degli ingegneri e allora ugualmente ribadisce che la matematica non è un gioco di scacchi o, meglio, non bisogna confondere "l'arte dello scacchista con le regole del gioco"; il matematico non deve in ogni modo scegliere a caso ipotesi cervelotiche per dedurne risultati infelici.

A proposito del "primo" Fubini, quello più noto dai manuali di Analisi per il suo teorema che riduce il calcolo di un integrale doppio a due successivi integrali semplici, B. Segre ricordava che "le ricerche a cui Fubini giustamente teneva di più, ed in cui Egli ha maggiormente dimostrato la Sua forza creatrice sono quelle di geometria proiettivo-differenziale. (...) Fubini non apprezzava eccessivamente questi Suoi lavori [sul concetto di integrale]. Egli si limitava a considerarli come cosette graziose, ed era stupito nel constatare che il Suo nome all'estero (anziché ai vari profondi risultati da Lui conseguiti in altri campi) veniva per lo più associato al teorema che assegna le condizioni più generali sotto cui un integrale superficiale può venir ottenuto con una doppia integrazione lineare".

I contributi di Fubini al calcolo integrale possono essere rinvenuti in cinque Note: "Sugli integrali multipli" *Rend. Lincei* s.

V, vol. 16, 1907

"Sugli integrali doppi" *Rend. Lincei*, s. V, vol. 22, 1913

"Su un teorema relativo agli integrali doppi" *Rend. Lincei*, s. V, vol. 22, 1913

"Sulla derivata seconda mista di un integrale doppio" *Rend. Circolo Palermo*, vol. 40, 1915, in collaborazione con L. Tonelli

e la già citata

"Il teorema di riduzione per gli integrali doppi" *Rend. Sem. Mat. Torino*, vol. 9, 1949.

Il contesto ormai, attorno agli anni dieci del nuovo secolo, era quello dell'integrale di Lebesgue. Quello di Riemann aveva già mostrato alcune gravi insufficienze. Non sempre la funzione integrale (di una funzione integrabile secondo Riemann) è derivabile in ogni punto, mentre esistono funzioni ovunque derivabili ma la cui derivata non sempre è integrabile. La somma di una serie convergente di funzioni integrabili (anche se ugualmente limitate e continue) può non essere integrabile. Ancora, la formula di riduzione relativa all'integrale doppio di una funzione di due variabili, integrabile, può perdere significato perché uno dei due integrali semplici a cui ci si riduce può non essere definito. L'integrale di Lebesgue si era rivelato lo strumento per superare tutte e tre queste ragioni di inadeguatezza. In particolare, è alla terza che fa riferimento l'ormai classico contributo di Fubini.

Rimane il problema storico delle ragioni che indussero Fubini a non sviluppare questi suoi studi. Tullio Viola, in una relazione presentata nel 1982 in un convegno celebrativo di Guido Fubini e Francesco Severi, così scrive:

"Nella mia non lunga dimestichezza con Lui, non ebbi mai il coraggio di

rivolgerGli questa domanda. (...) Forse la risposta sul perché della scelta di Fubini è più semplice e si può riassumere nelle poche parole di Alessandro Terracini: "Fubini non amava il concetto particolare, non inquadrato in una veduta più generale". Poiché dunque alla scoperta del teorema Fubini era giunto per esigenze particolari e attraverso una ricerca del tutto particolare, così Egli passò oltre e non si curò più, attratto da tutt'altri interessi, di gettare il Suo acutissimo sguardo su vedute più

generali in quel contesto."

Per concludere ci limitiamo ad affidare alle parole dello stesso Čech la rievocazione della straordinaria avventura intellettuale di Fubini nel campo della geometria proiettivo - differenziale, la cui genesi, come ricordava Terracini, va ricercata nella *elaborazione puramente cerebrale di concetti matematici preesistenti*.

Čech su Fubini

"Vi sono delle personalità l'opera delle quali si compie principalmente nell'aprire nuovi vasti orizzonti. Mi pare che tale sia principalmente in grandi linee il significato dell'opera di Fubini in geometria proiettiva differenziale [GPD]. Benché il primo lavoro del Fubini in questo campo sia stato scritto 40 anni fa, il gruppo di lavori allora iniziato contiene molte idee il cui sviluppo completo non è tuttora che nella prima fase. I lavori nei quali Fubini mirava a fondare la GPD con l'introduzione delle forme differenziali e delle coordinate normali furono scritti negli anni dal 1914 al 1920, vale a dire prima del mio soggiorno a Torino. Giudicandone l'importanza, è necessario tener presente che allora non esisteva né la geometria affine né la teoria delle connessioni. (...) Al principio del mio soggiorno a Torino, Fubini mi aiutava moltissimo ascoltando con pazienza in tutti i dettagli le mie descrizioni di ricerche appena cominciate e seguendo praticamente ogni giorno l'evoluzione delle mie idee. Benché Egli stesso fosse piuttosto analitico, mi incoraggiava moltissimo a sviluppare la facoltà di ragionare sinteticamente; d'altra parte fu Lui a non cessare d'incoraggiarmi ad occuparmi di questioni che richiedevano dei calcoli lunghi ed intricati. Non c'è dubbio che, se più tardi risolsi in alcune Memorie delle questioni analiticamente molte complicate, senza l'incoraggiamento di Fubini non avrei nemmeno osato di pensare a risolverle. L'idea di collaborare scrivendo un ampio compendio di GPD risale a Fubini, e nacque in Lui verso la fine del mio soggiorno a Torino. Io non ritenevo di esser capace a farlo (...). Durante la preparazione della nostra GPD e più tardi, ci siamo scambiati centinaia di lettere, talvolta molto voluminose. Non ci sono forse molti esempi di collaborazione così intima non appoggiata che allo scambio di lettere. Eppoi, se ci sono molti libri composti da uno scienziato esperto in collaborazione con un giovane discepolo, raro è invece il caso come il nostro in cui il Maestro pienamente concedeva al principiante di mettere nell'opera comune l'esposizione dettagliata di sviluppi talvolta lontani dagli interessi del Maestro. (...) Io mettevo tutte le mie forze nel condurre a termine temi che Fubini non aveva che abbordato, ma purtroppo non sempre vi riuscivo. Ciononostante credo di poter dire che ebbi qualche successo cercando di divulgare le idee del Fubini, le quali dopo tanti anni continuano giustamente ad attirare l'attenzione dei geometri di tutti i paesi."

da una lettera a B. Segre (1954)