Il problema del lotto ottimo

Un'impresa vuole scegliere l'ottima politica di approvvigionamento di materie.

$S := 1000$ fabbisogno annuo di materie in tonnellate

$g := 1000$ in euro, costo fisso di un'ordinazione

$m := 5000$ in euro, costo di magazzinaggio per anno-tonnellata

x lotto ottimo (o, *economic order quantity*) in tonnellate) da determinare

$\frac{S}{x}$ numero annuo di ordinazioni

$g \cdot \frac{S}{x}$ costo annuo totale di ordinazione

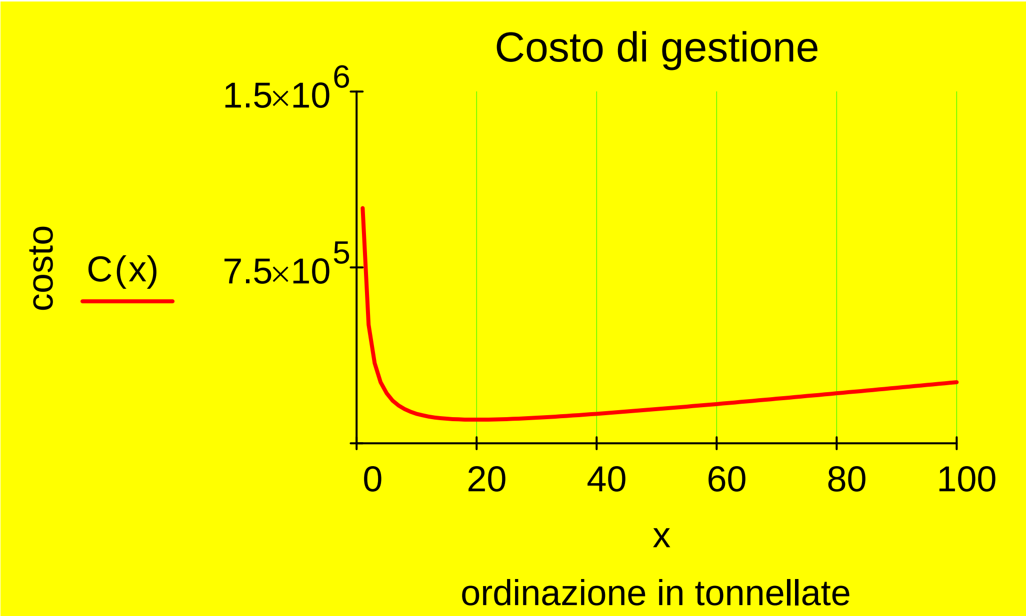
$\frac{x}{2}$ giacenza media in tonnellate

$m \cdot \frac{x}{2}$ costo annuo di magazzinaggio

$C(x) := g \cdot \frac{S}{x} + m \cdot \frac{x}{2}$ costo totale di gestione del magazzino

Esploriamo il livello del costo al variare di x

$x := 1, 2 .. 100$



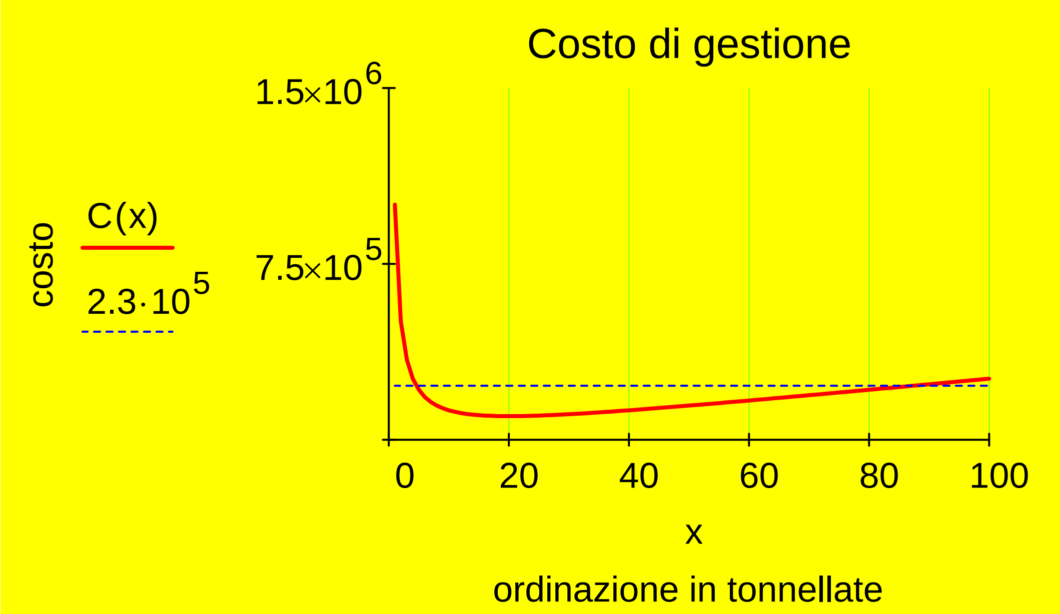
Individuazione del lotto ottimo

Espressione del costo

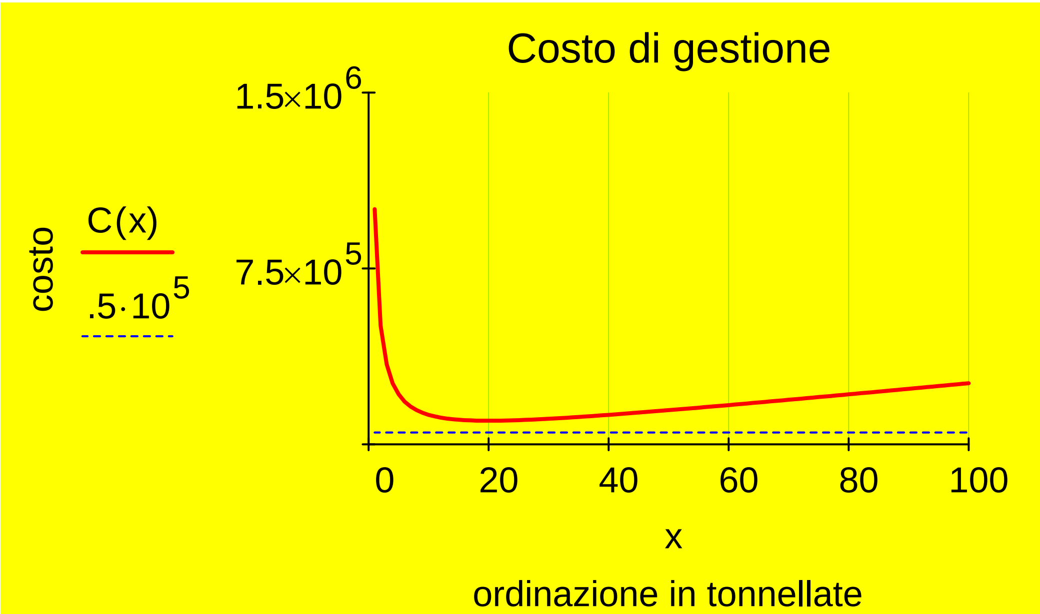
$$g \cdot \frac{S}{x} + m \cdot \frac{x}{2} \qquad \text{costo}$$

Tagliamo orizzontalmente la curva con una retta orizzontale del tipo $y := k$.

Se tagliamo "alto" $y := 2.3 \cdot 10^5$ (troviamo due soluzioni,



Se tagliamo "basso", per es. $y := .5\cdot10^5$ non troviamo un bel nulla.



Segue che, per trovare il punto di minimo costo, dobbiamo cercare per quale valore di k l'equazione C(x) = k ha una sola soluzione.

Tale equazione è: Sg/x + mx/2 = k

Essa equivale a:

$mx^2/2 - kx + Sg = 0$

Si tratta d'un'equazione di secondo grado. Vogliamo che il suo discriminante

$\Delta := k^2 - 2m \cdot S \cdot g$

sia nullo.

Ciò accade se: k assume lo speciale valore

$K := (2m \cdot S \cdot g)^{\frac{1}{2}}$

$K = 100000$

Nel caso di discriminante nullo la sola soluzione è:

$$EOQ := \frac{-(-K)}{\frac{m}{2} \cdot 2}$$

da cui:

$EOQ = 20$

$C(EOQ) = 100000$ costo minimizzato

Abbozzo di analisi di sensibilità

effetto sul costo d'un errore di 5 unità per eccesso o per difetto

$$100 \cdot \frac{C(EOQ + 5) - C(EOQ)}{C(EOQ)} = 2.5$$

$$100 \cdot \frac{C(EOQ - 5) - C(EOQ)}{C(EOQ)} = 4.167$$

La formula di Harris-Wilson

Pertanto la c.d. regola della radice quadrata

$$EOQ := \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot S}{m}} \qquad EOQ = 20$$

Raddoppiamo il fabbisogno, raddoppia l'ordine?

$$S\_nuovo := 2 \cdot S$$

$$EOQ\_nuovo := \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot S\_nuovo}{m}}$$

$$EOQ\_nuovo = 28.284$$

Che cosa accade in presenza di sconti per ordinativi d'ammontare consistente?

Supponiamo che se $x \geq h$ (soglia di sconto) allora l'acquirente ottiene un ribasso d'ammontare R

$h := EOQ + 25 \qquad h = 45$

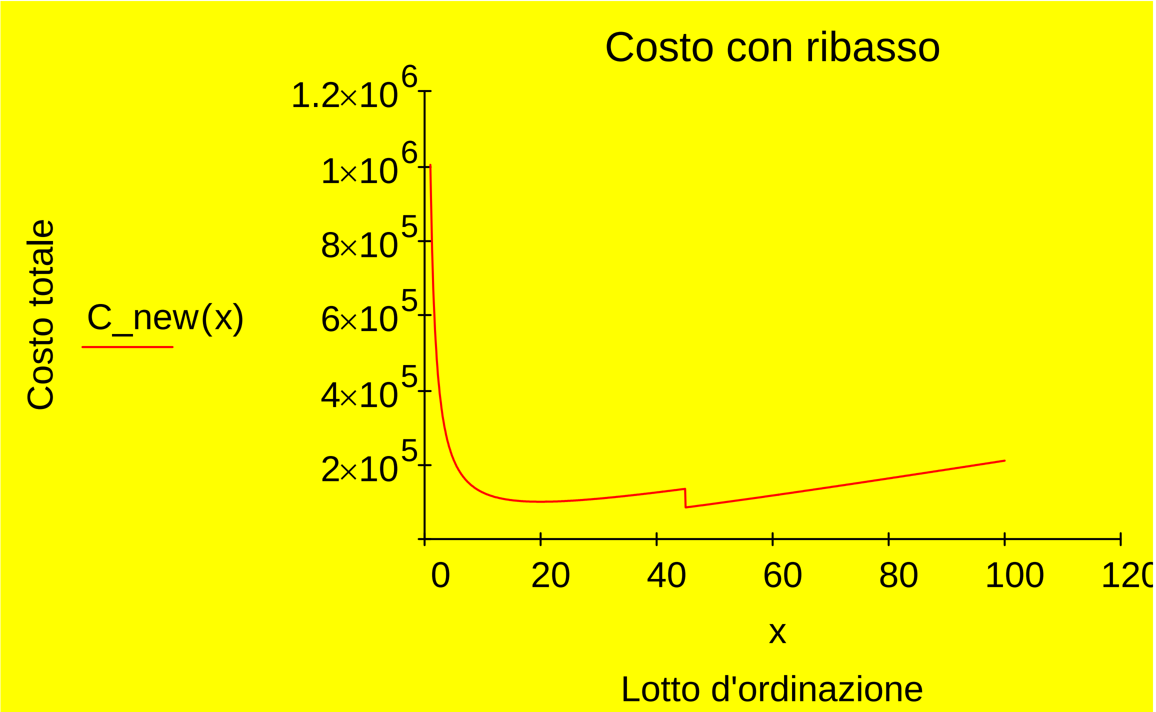
$R := 50000$ Tipicamente una percentuale del costo totale

La nuova funzione di costo è:

$C\_new(x) := C(x) - R \cdot (x \geq h)$

con andamento:

$x := 1, 1.1 .. 100$



$C\_new(EOQ) = 100000$ $C\_new(h) = 84722$

V. animazione `eoq.avi`

$k := 2$

)