



**Numeri e binari –
matematica ferroviaria**

**Anna Garavaglia
«Matematica e...» 2012**

L'ingegnere ferroviario: progettare treni

- Tram



- Metropolitane



L'ingegnere ferroviario: progettare treni

- Treni regionali
- Treni alta velocità



L'ingegnere ferroviario e la matematica – tre esempi

- La matematica dei guasti: statistica e probabilità
- Frenare con il calore: stimare la temperatura di un reostato di frenatura
- Evitare che il treno interferisca con l'ambiente circostante: la compatibilità elettromagnetica

La matematica dei guasti: statistica e probabilità

Treno	Destinazione	orario	ritardo	Informazioni	binario
Num.	Destination	Time	Delay	Information	Platform
B R 10893	STRADELLA	18:19	60'	(19.31) - STRADELLA (19.37)	1
B R 2669	BRESCIA	18:22	100'	FERMA A: TREV.	5
B R 10842	MILANO P.GAR	18:26	100'	FERMA A: MILI	6
B R 20366	MILANO G. P.	18:27	100'	MILANO G. P. (18.33)	2
B R 2629	PALAZZOLO	18:27	100'	- PALAZZOLO (19.50)	7
B R 2285	BOLOGNA C.LE	18:28	100'	FERMA A: MI ROCC	11
B R 10489	CREMONA	18:30	100'	- CAPRALBA (19.05) - CASAI	5
B R 33474	MILANO P.GAR	18:31	100'	44) - MILANO P.GAR (18.51)	3
B R 2195	GENOVA BRIG.	18:33	50'	IA (19.02) - UGHERA (19.1	11
B R 10845	ROVATO	18:34	50'	IANO (19.12) - CALCIO (19.	1

16 SET 19:48

**E' VIETATO ATTRAVERSARE I BINARI SERVIRSI DEL SOTTOPASSAGGIO
E' VIETATO OLTREPASSARE LA LINEA GIALLA**

La matematica dei guasti

- Problema: i treni si guastano...

Ritardi

Treni
soppressi

Necessaria
Manutenzione
(€\$€\$€)

Problemi di
Sicurezza
.....

La matematica dei guasti

- Alcuni guasti possono portare conseguenze di sicurezza:
 - Incendi
 - Deragliamenti
 - Esplosioni
 - Guasti ai freni
 - ...



La matematica dei guasti

- Come controllare e ridurre i guasti più critici?

→ Probabilità e statistica

La matematica che studia gli eventi casuali

La matematica dei guasti: probabilità

- Quando accadrà un guasto?

Non si sa:
in un istante
casuale

- Quali guasti sono possibili?

- Quanto sono probabili?

- Ogni quanto tempo possiamo aspettarceli?

A queste
domande risponde
la matematica

Obiettivo dell'ingegnere: progettare un treno in cui i guasti più gravi siano rari

Stimare la probabilità dei guasti

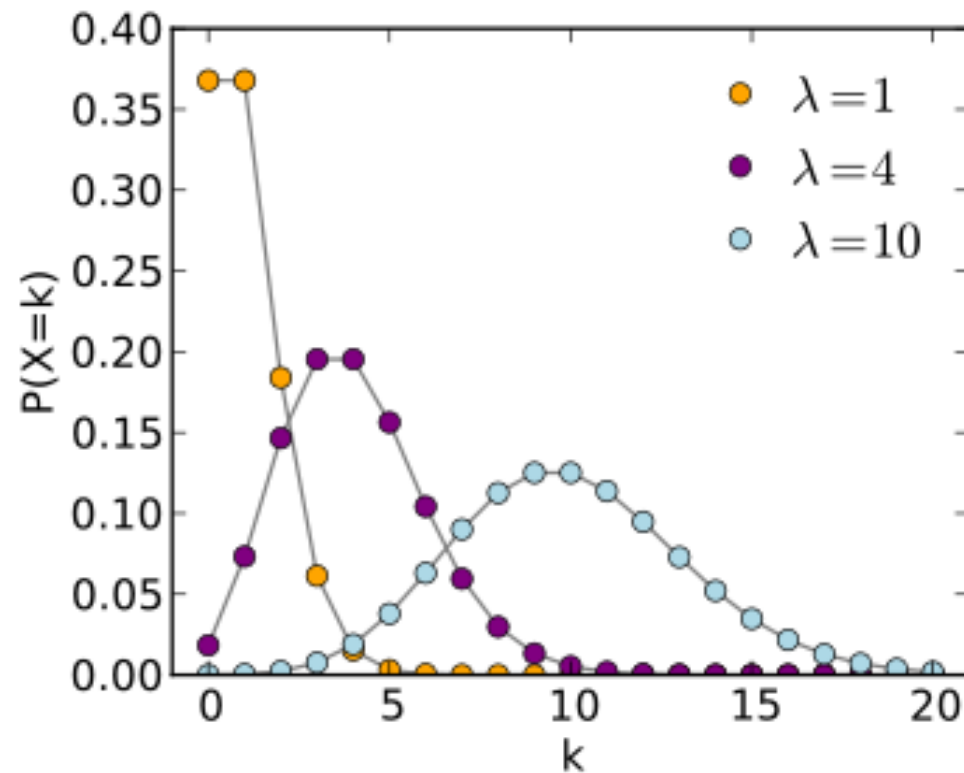
- Un treno è un insieme di componenti.
- Ogni componente si può guastare.
- Modello distribuzione guasti nel tempo:
Poisson $X \sim P(\lambda)$

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \quad \lambda = \frac{1}{MTBF}$$

- λ = tasso di guasto (guasti attesi per ora)
- MTBF = tempo di attesa tra due guasti in media

Stimare la probabilità dei guasti

- λ = tasso di guasto (guasti attesi per ora)



Esempi di obiettivi

Obiettivi di sicurezza e affidabilità per una metropolitana

$$\lambda = \frac{1}{MTBF}$$

Rischio incendio	MTBF > 1 miliardo di ore
Rischio guasti al freno	MTBF > 1 miliardo di ore
Rischio esplosioni	MTBF > 1 miliardo di ore
Rischio deragliamenti	MTBF > 1 miliardo di ore
Guasti che causano ritardi > 2 min	MTBF > 54'000 ore
Guasti che causano ritardi > 2 ore	MTBF > 2'750'000 ore

Progettazione per la sicurezza

- Esempio: rischio incendio di una metropolitana su gomma



Problema

Partenza con un freno tirato: l'attrito sulle gomme può surriscaldarle e farle incendiare

Rischio incendio ammissibile:
MTBF > 1
miliardo di ore

Progettazione per la sicurezza: rischio incendio

- La soluzione: progettare un sistema intelligente di controlli incrociati sullo stato del freno e dei motori
- così sono necessari almeno due guasti per avere il rischio di incendio:
- Guasto del freno
 - Guasto del sistema di controllo

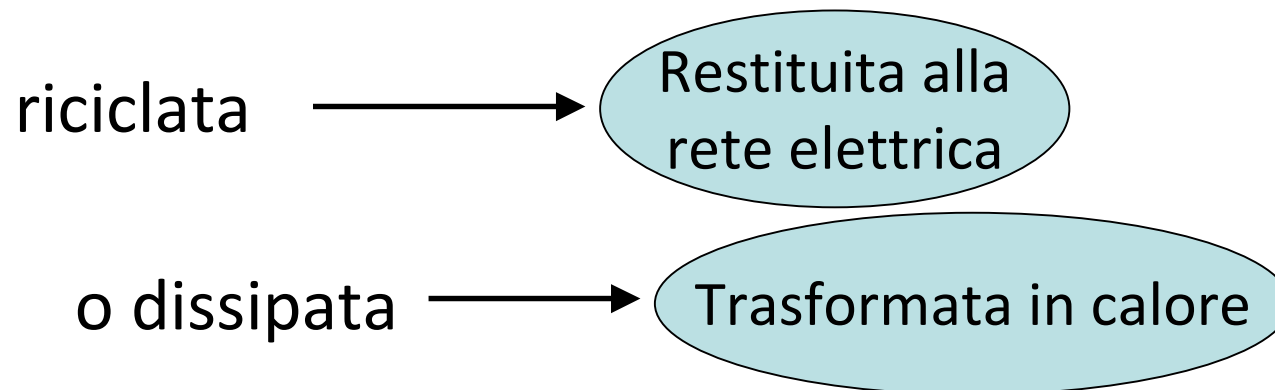
$$\begin{aligned} \Pr(\text{Incendio}) &= \Pr(\text{GuastoFreno} \cap \text{GuastoControllo}) = \\ &= \Pr(\text{GuastoFreno}) * \Pr(\text{GuastoControllo}) < \Pr(\text{GuastoFreno}) \end{aligned}$$

Frenare con il calore: stimare la temperatura di un reostato di frenatura



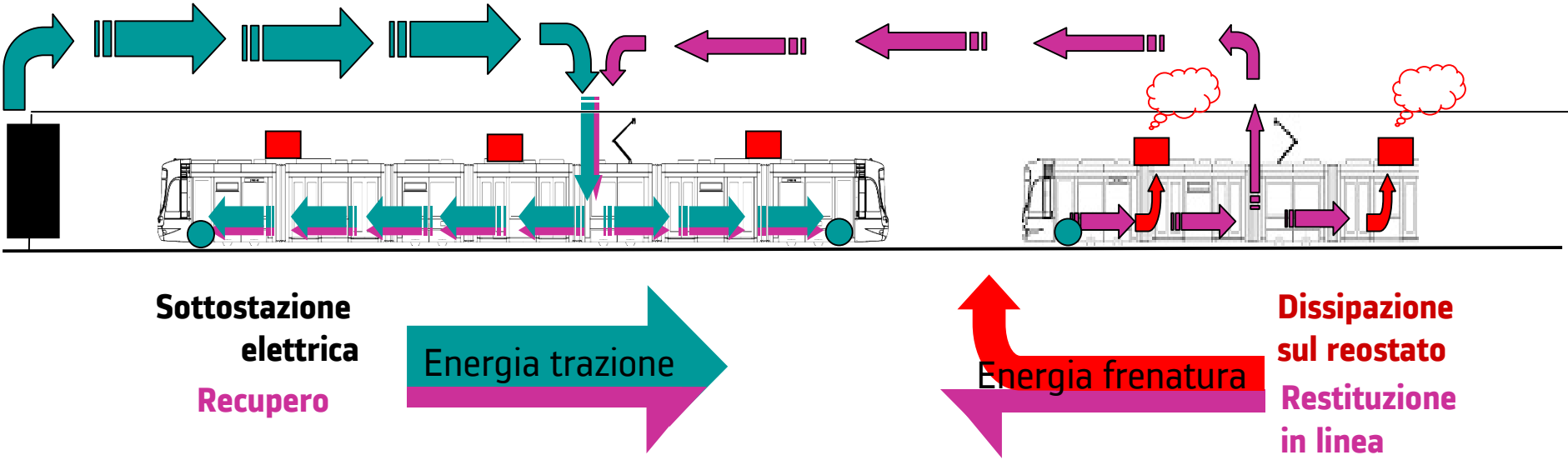
Frenare un treno

- Trazione elettrica
L'energia per muovere il treno viene presa dalla catenaria
- Frenatura elettrica
Per frenare il treno questa energia va



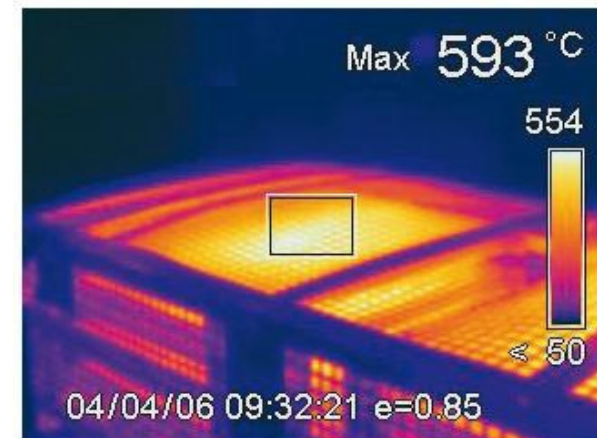
Frenare un treno

Frenatura elettrica



Frenare un treno con il calore

- Reostato = una resistenza che serve a frenare un treno trasformando in calore l'energia elettrica
 - Un reostato tende a scaldarsi molto
- è importante stimare sempre la temperatura del reostato per evitare che bruci



Il modello termico di un reostato

- Come stimare la temperatura di un reostato senza misurarla direttamente?

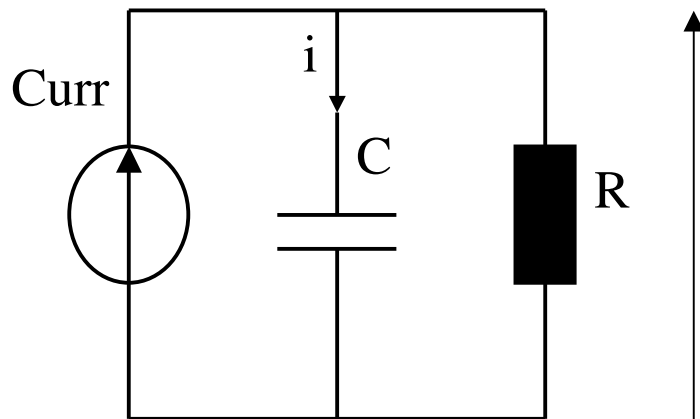


→ Il modello termico

Si costruisce un modello matematico in base alle leggi della fisica

Il modello termico di un reostato

- Reostato = resistenza elettrica
- Modello elettrico del reostato



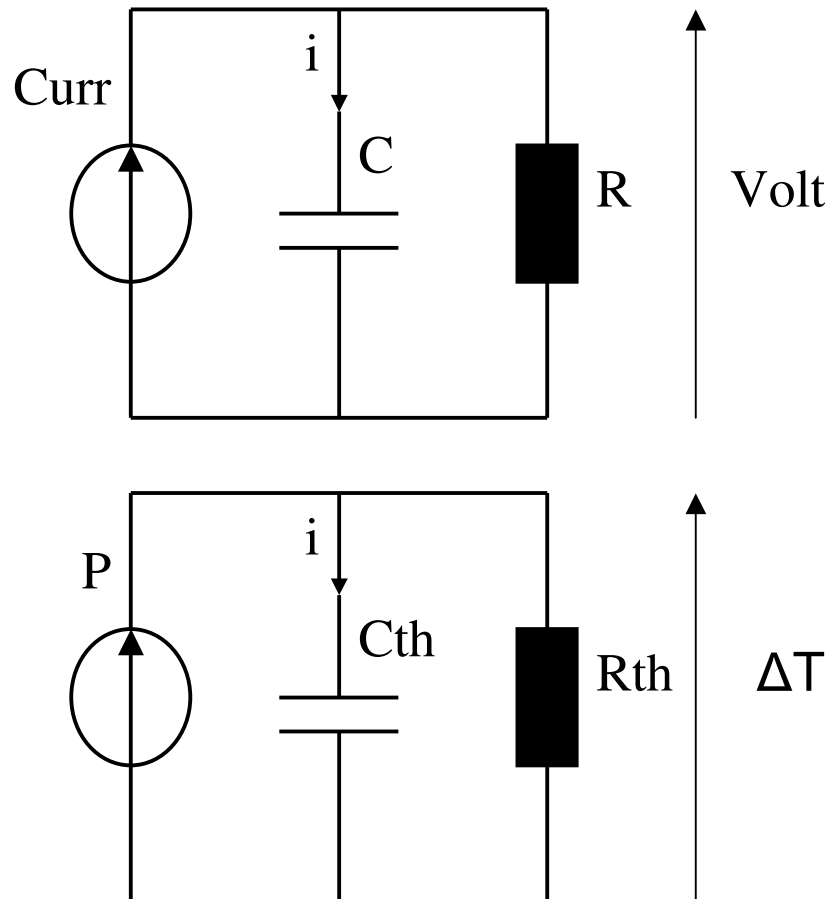
$$i = Curr - \frac{Volt}{R} = C \frac{dVolt}{dt}$$

$$Volt = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{1}{C} \int \left(Curr - \frac{Volt}{R} \right) dt$$

Resistenza: $Volt = Ri_R$

Condensatore: $i = C \frac{dVolt}{dt}$

Analogia reti elettriche – reti termiche



Modello elettrico	Modello termico
Corrente Curr	Potenza dissipata P
Voltaggio Volt	Temperatura ΔT
Capacità C	Capacità termica Cth
Resistenza elettrica R	Resistenza termica Rth

Analogia reti elettriche – reti termiche

Le formule calcolate sulle grandezze elettriche si applicano uguali alle grandezze termiche

$$Volt = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{1}{C} \int \left(Curr - \frac{Volt}{R} \right) dt$$

$$\Delta T = \frac{1}{C_{th}} \int i dt = \frac{1}{C_{th}} \int \left(P - \frac{T}{R_{th}} \right) dt$$

Equazione differenziale del primo ordine

Il modello termico di un reostato

Il modello termico del reostato viene scritto nel software del treno per avere sempre sotto controllo la temperatura

$$TempNuova = TempVecchia + \frac{1}{R_C_HEAT} * \left(Potenza - \frac{TempVecchia}{R_R_HEAT} \right) * \frac{I_DT}{1000}$$

Se la temperatura sale oltre una certa soglia, si devono utilizzare altri metodi per frenare



Evitare che il treno interferisca con l'ambiente circostante: la compatibilità elettromagnetica



Interferenze indesiderate: la compatibilità elettromagnetica

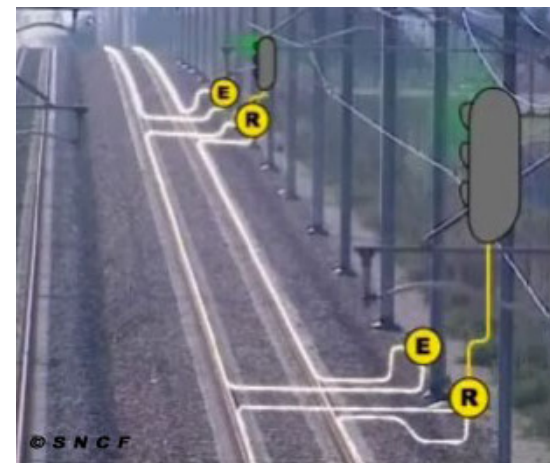
Disturbi elettromagnetici

- Interferenze nei microfoni dai cellulari
- Cellulari spenti in aereo
- Videocassette rovinate dai forni a microonde
- Leggenda metropolitana: le chitarre elettriche suonano da sole al passaggio del tram di Padova
- Le indagini di Capitan Ventosa



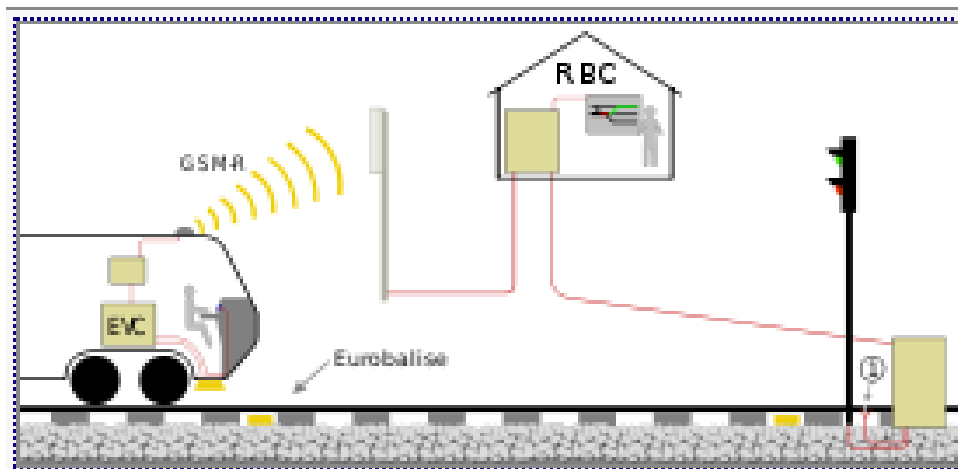
Compatibilità elettromagnetica e treni

- I treni possono generare disturbi elettromagnetici
 - Interferenze con il sistema di segnalamento (circuiti di binario)
 - Interferenze con i sistemi di comunicazione
 - Interferenze con l'ambiente esterno (chitarre & co.)
 - Interferenze con i passeggeri (pacemaker)



Compatibilità elettromagnetica e treni: il segnalamento

- Segnalamento: sistema di sicurezza
 - Individua e regola la posizione dei treni
- Ci sono frequenze su cui il treno non può emettere onde elettromagnetiche: 50Hz
 - Frequenza utilizzata dal segnalamento per comunicazione



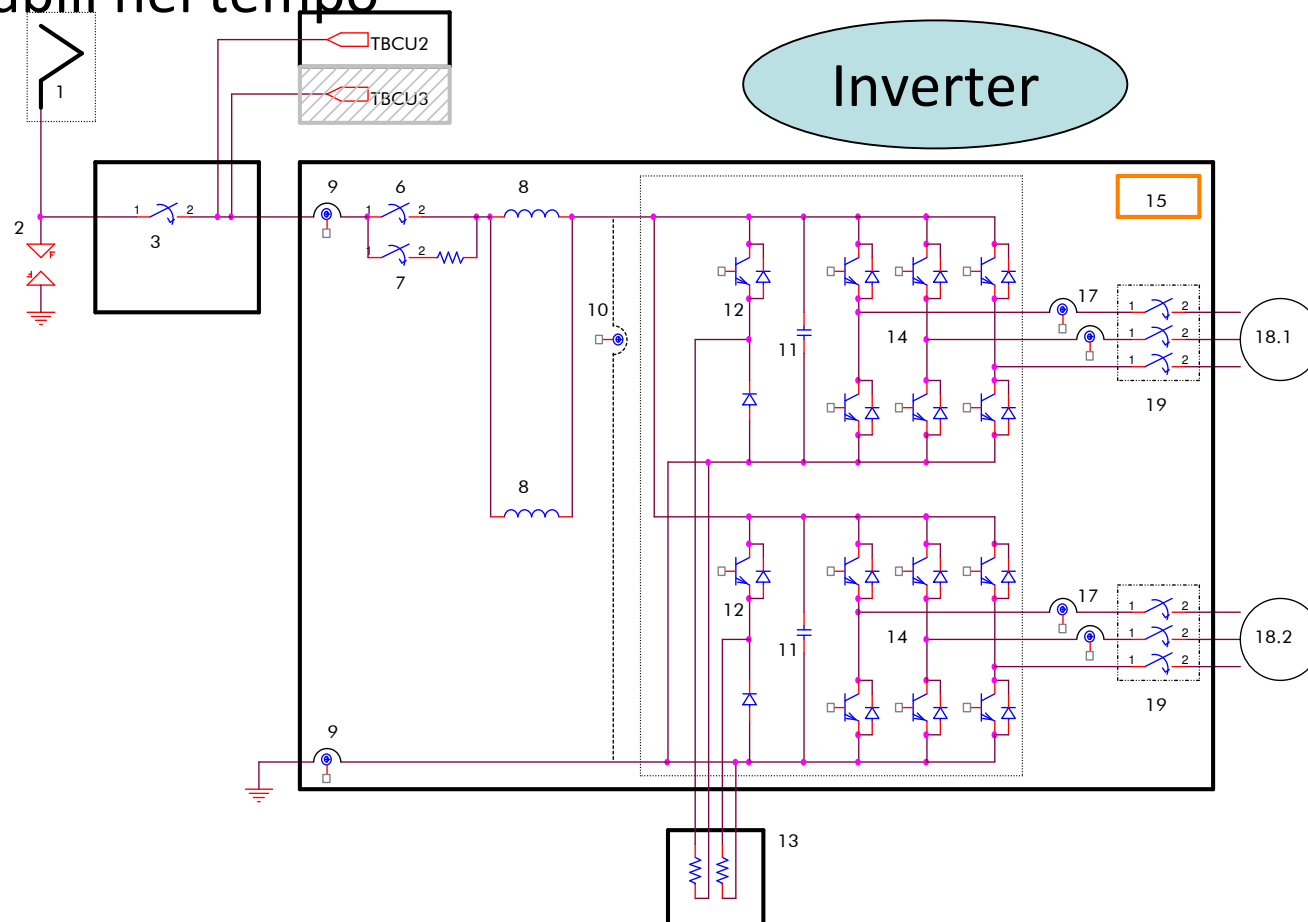
Compatibilità elettromagnetica e treni

- Perché i treni emettono campi elettromagnetici?
- Leggi di Maxwell: i campi elettromagnetici sono generati da tensioni e correnti variabili nel tempo

Nome	Forma locale
Legge di Gauss elettrica	$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$
Legge di Faraday	$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$
Legge di Gauss magnetica	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
Legge di Ampère-Maxwell	$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{J}$

Compatibilità elettromagnetica e treni

- Perché i treni emettono campi elettromagnetici?
- Trazione elettrica: i motori sono comandati tramite correnti variabili nel tempo



Segnali e frequenze

- Come individuare le frequenze con cui un segnale può interferire?
- Teorema di Fourier:

Ogni funzione periodica $s(t)$ può essere decomposta in una somma di segnali sinusoidali con diverse ampiezze e fasi, la cui frequenza è un multiplo intero della fondamentale

Serie di Fourier

Ogni funzione periodica può essere sviluppata in serie di Fourier

$$s(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cdot \cos(n\omega t) + B_n \cdot \sin(n\omega t)]$$

$$C_0 = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt$$

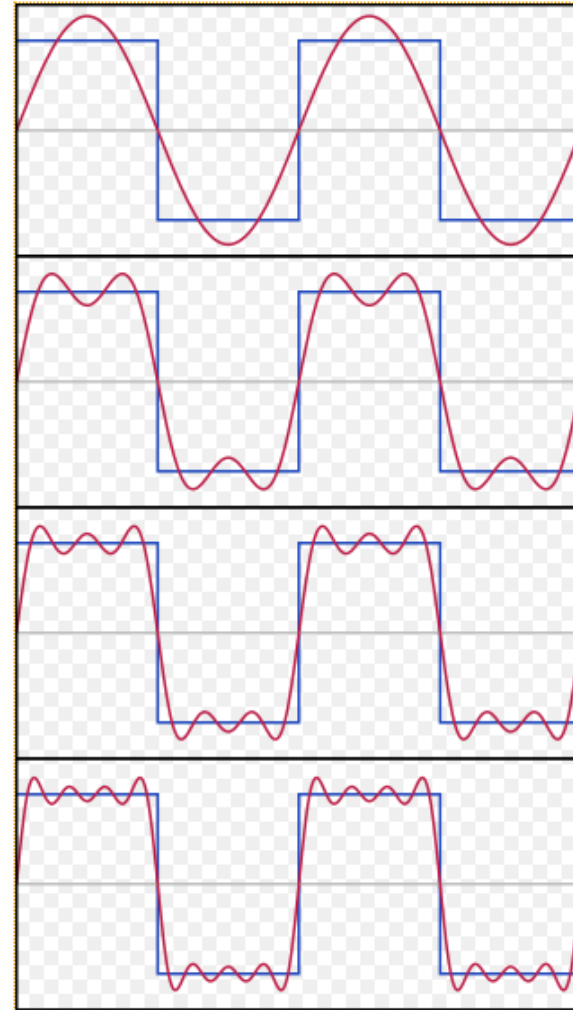
$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \cos(n\omega t) dt$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \sin(n\omega t) dt$$

Serie di Fourier e analisi armonica

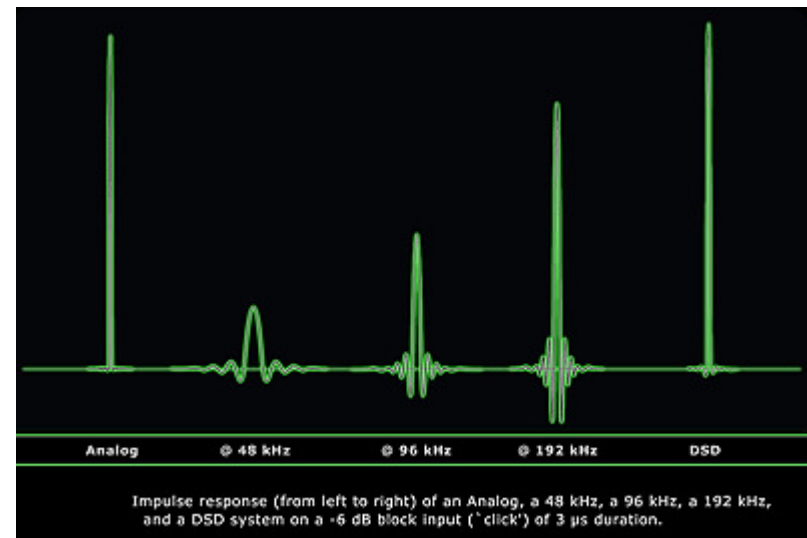
Ogni funzione periodica è
la sovrapposizione di
onde fondamentali o
armoniche

Le armoniche hanno
frequenze multiple
della frequenza
fondamentale

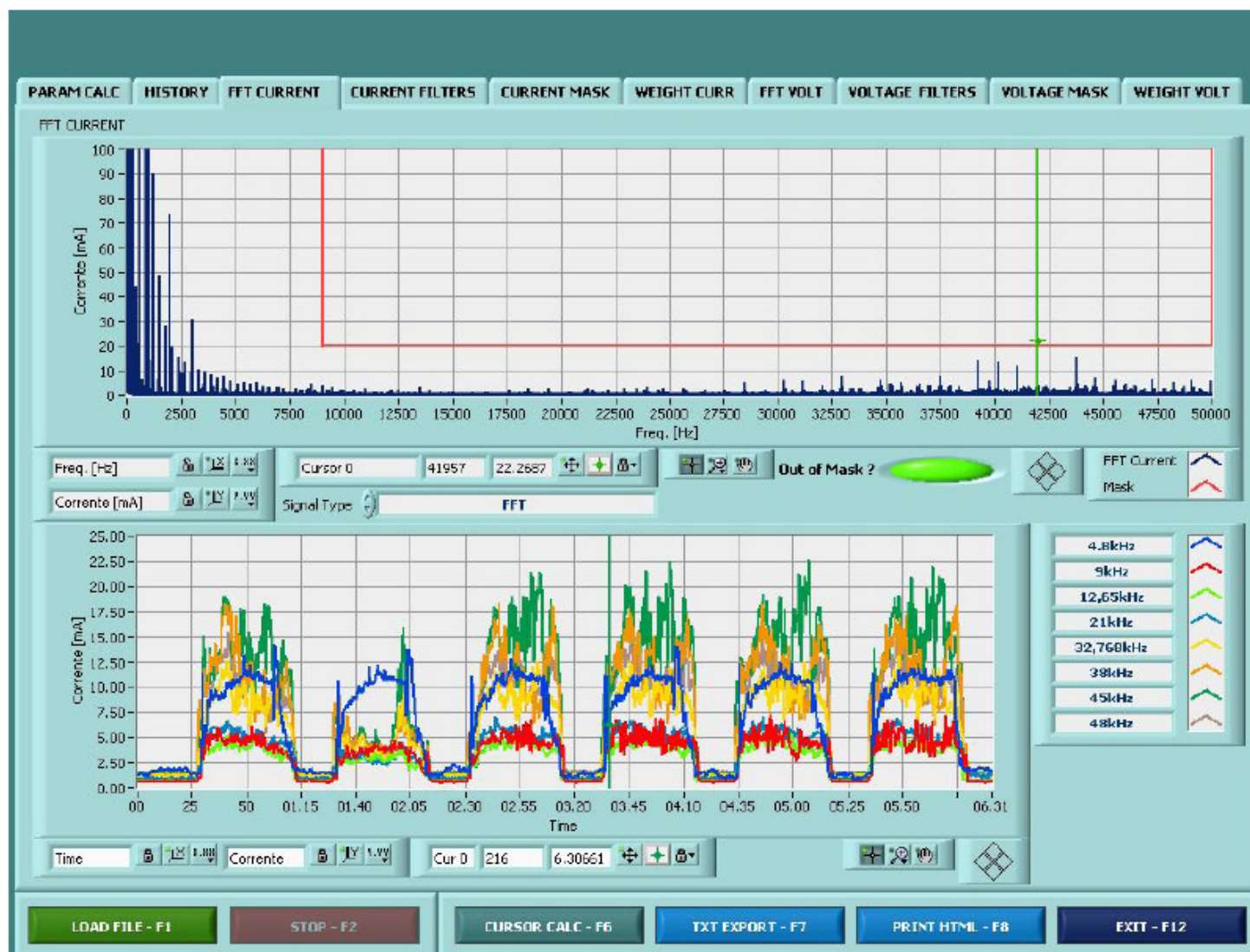


Compatibilità elettromagnetica e treni

- L'ampiezza dell'armonica che corrisponde a 50Hz deve essere inferiore a una soglia prefissata
- Vengono svolti test per misurare lo spettro armonico del treno



Correnti armoniche misurate su tram



Numeri e binari

- La matematica (e la fisica) è la base dell'ingegneria, anche ferroviaria
- Gli ingegneri bistrattano la matematica approssimando e semplificando ogni volta che possono
- Però gli ingegneri rendono la matematica una scienza viva che aiuta a creare macchine complesse, utili e molto belle

Grazie per l'attenzione