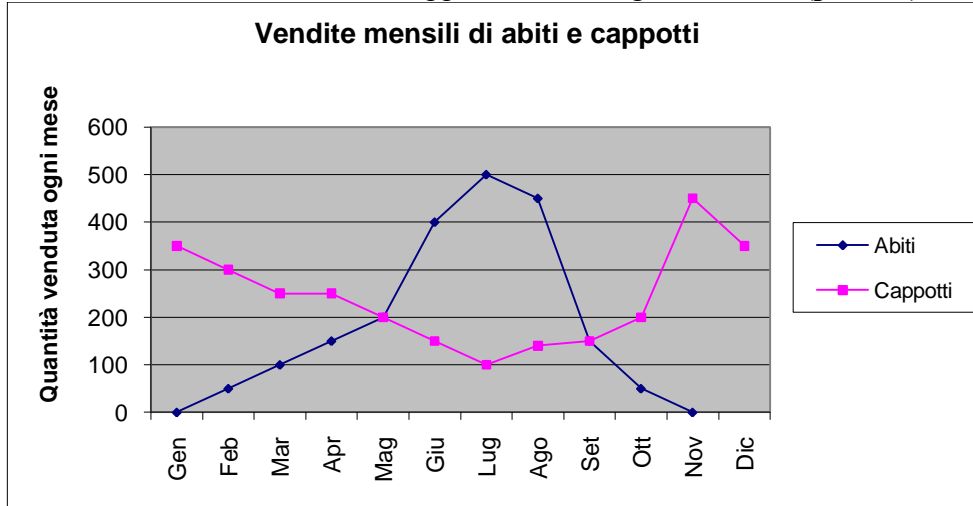


Test di verifica per le classi terze

12 marzo 2010 - Tempo per lo svolgimento: 60 minuti

Leggere attentamente ogni domanda e rispondere in modo appropriato. Buon lavoro!

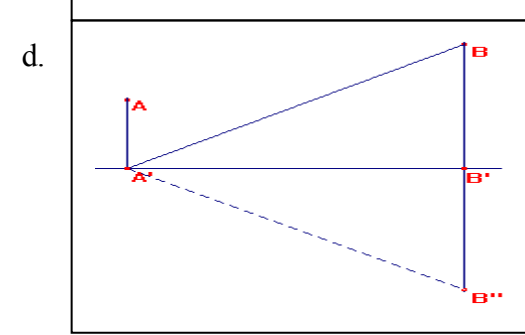
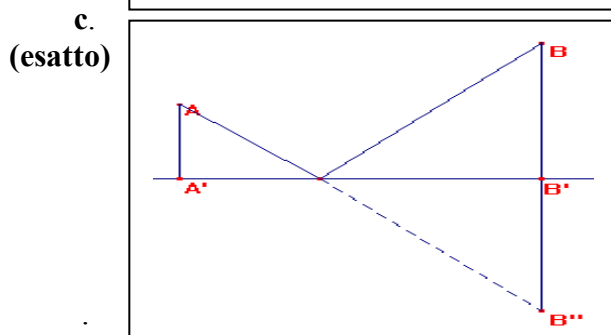
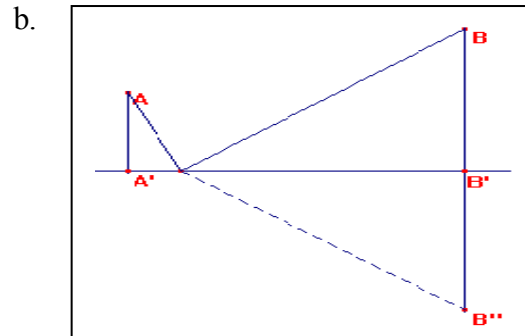
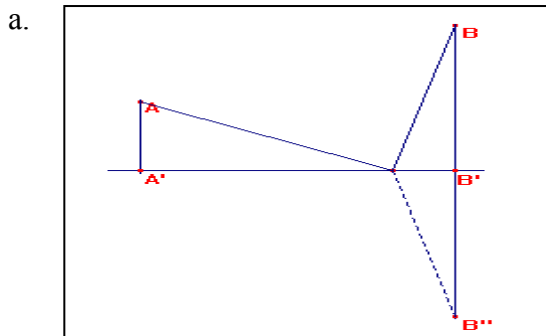
1. Il grafico mostra il numero di abiti e cappotti venduti ogni mese (punti 1)



Esaminando i dati riportati nel grafico, durante quale bimestre l'incremento delle vendite dei cappotti è maggiore?

- dicembre-gennaio;
 - maggio-giugno;
 - giugno-luglio;
 - ottobre-novembre. (esatto)**
2. Nella Repubblica Democratica del Congo, ci sono due villaggi che distano rispettivamente 4 km e 7 km dalla stessa sponda del fiume Kwango. Grazie ad un progetto di cooperazione internazionale, i loro rappresentanti decidono di costruire un sistema di tubature, esteso in linea retta, in modo da portare l'acqua ad ogni villaggio. Il problema che si pone è quello di individuare il punto, sulla sponda del fiume, che minimizzi la lunghezza totale della tubatura. Se indichiamo con A il primo villaggio, con B il secondo e con la retta contenente il segmento A'B' la sponda, quale fra i modelli grafici riportati sotto rappresenta la soluzione del problema?

(punti 1)



3. La capacità di memoria di un computer moderno (numero di transistor per unità di superficie di un microprocessore in silicio) si misura in bit/cm². C'è una famosa legge, chiamata **Legge di Moore**, che descrive l'andamento della capacità di memoria a partire dal 1970: la capacità di memoria è raddoppia ogni 18 mesi (dai costruttori). Nel 1970 era pari a 10⁻⁶ Gigabit/cm² (= 1 Kilobit/cm²). Quale valore è previsto alla fine del 2010?
Suggerimento: Misuriamo il tempo in intervalli di 18 mesi, dopo x intervalli di tempo, dal 1970, la capacità di memoria secondo la Legge di Moore è salita a $10^{-6} \times 2^x$ Gigabit/cm². Se $t=40$ anni, trova i periodi corrispondenti e applica la legge. **(punti 3)**

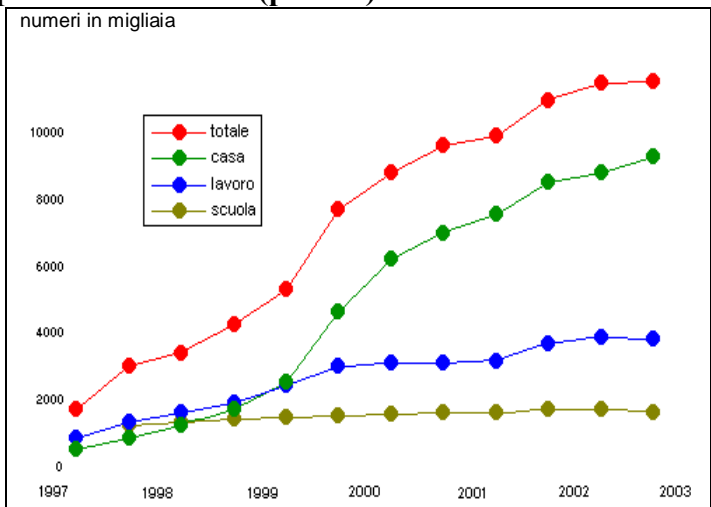
t = 40 anni La legge è $y=10^{-6} \times 2^x$ dividiamo il tempo in periodi (intervalli di 18 mesi)

$t = \frac{18}{12} x = 1.5x$ da cui $x = \frac{40}{1.5}$ e allora $10^{-6} \times 2^{\frac{40}{1.5}} \approx 106.5$ Gigabit/m²

4. Un indovinello francese per bambini illustra un altro aspetto della crescita esponenziale. Supponete di avere un laghetto nel quale cresce una ninfea, che raddoppia le proprie dimensioni ogni giorno. Se potesse svilupparsi liberamente, la ninfea coprirebbe completamente il laghetto in trenta giorni, soffocando tutte le altre forme di vita presenti nell'acqua. Per qualche tempo la pianta appare piccola, cosicché decidete di non preoccuparvene finché non sarà arrivata a coprire per metà lo specchio d'acqua. In quale giorno questo accadrà? **(punti 2)**

La risposta intuitiva è al 29^{esimo} giorno perché il giorno dopo raddoppia e quindi ricopre tutto il laghetto!

5. Nel grafico riportato sotto è riportato l'andamento del numero di persone online in Italia nel periodo 1997-2003. **(punti 2)**



- a. In quale periodo si registra il massimo sviluppo?
1999-2000
- b. In quale periodo si registra un "sorpasso" dell'uso "domestico" (casa)?
1999-2000

6. Supponiamo che un tessuto tumorale impieghi circa 15 giorni per aumentare del 100% la propria quantità di cellule e che cominci a dare i primi sintomi clinici quando raggiunge i 500 milioni di cellule. Se al momento attuale il tessuto è costituito da 1 milione di cellule, quanto tempo trascorre, approssimativamente, prima che incominci a manifestarsi la sua presenza?
- 4 mesi e mezzo
 - 7500 giorni
 - 5 anni
 - 1 anno e mezzo
 - 500 giorni

(punti 3)

La cellula raddoppia ogni 15 giorni:

Oggi (t=1) ci sono 10^6 unità (1 milione), la proporzione da impostare è:

$$10^6 : 1 = 5 \cdot 10^8 : 2^x \text{ da cui } 2^x = \frac{5 \cdot 10^8}{10^6} = 500$$

quindi $x = \frac{\ln 500}{\ln 2} \approx 9$ stadi. Poiché in 1 mese ci sono due stadi

$9 \cdot 15 = 135$ giorni ovvero 4 mesi e mezzo

7. Se due carte vengono prese a caso da un mazzo di 40, qual è la probabilità che siano entrambe donne?

(punti 2)

$$\frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} = \frac{1}{130}$$

8. Lanciando un dado non truccato, qual è la probabilità che esca 6?

(punti 1)

$$\frac{1}{6}$$

9. Un sacchetto contiene 4 palline bianche e 2 nere; e un altro ne contiene 3 bianche e 3 nere. Se viene estratta una pallina da ciascun sacchetto, qual è la probabilità che siano entrambe bianche?

I due eventi sono indipendenti, la probabilità che esca una pallina bianca dal primo sacchetto è $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, la probabilità che esca una pallina bianca dal secondo sacchetto è $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

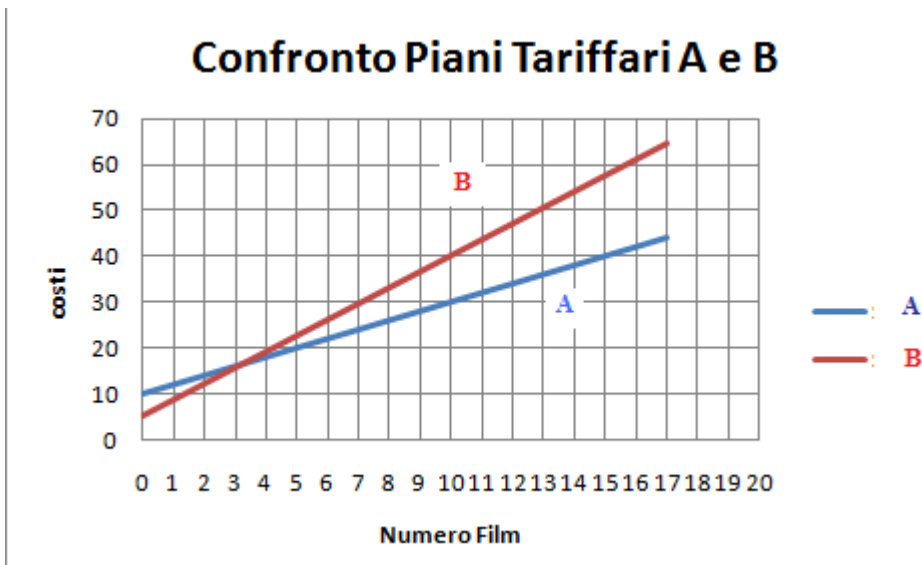
La probabilità che siano entrambe bianche è $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

(punti 3)

10. Lanciamo una moneta per 3 volte consecutive, qual è la probabilità che (in tre lanci) escano tre teste? Costruisci il grafo. (punti 3)

$$p(\text{TTT}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

11. Il piano tariffario di un cineforum A consiste nel costo fisso di 10 € (per la tessera annuale) e di un costo variabile di 2 € per ogni ingresso al film. Il cineforum B, invece, chiede la tessera annuale, che costa 5 €, e il pagamento dell'ingresso per ogni film di 3.50 €. Costruisci il modello in un piano cartesiano e trova il numero di film per il quale è indifferente abbonarsi al cineforum A o al cineforum B. Quale cineforum ha il piano tariffario più conveniente? (punti 3)



Si cerca il punto d'intersezione fra le due rette $y=10+2x$ e $y=5+3.5x$:

$$\begin{cases} y = 10 + 2x \\ y = 5 + 3.5x \end{cases}$$

La soluzione è $x = 3,333\dots$ poiché la soluzione può essere solo intera il piano tariffario B è conveniente se si vedono fino a 3 film, dal quarto film in poi è più conveniente il piano tariffario A. Non c'è (in realtà) un numero di film per il quale è indifferente abbonarsi al cineforum A o B, perché il costo per $x=3$ è 16 € nel piano A e 15.5€ nel piano B.

Nome.....Cognome.....

Scuola.....