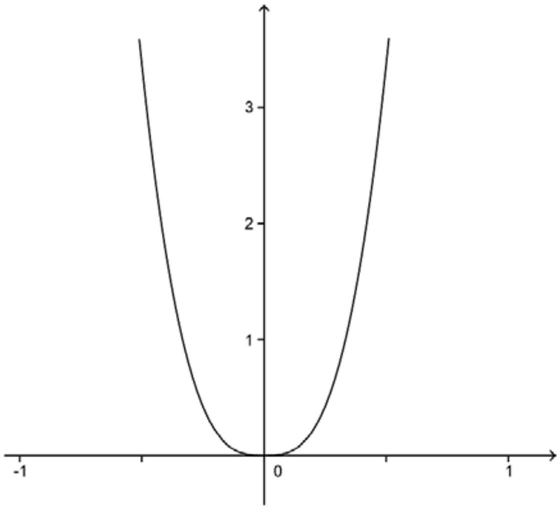
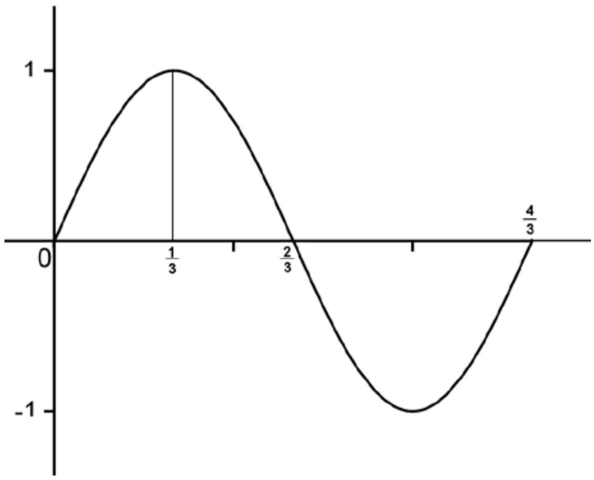
Ordinamento problema 1

1) La funzione $y = x^3$ ha un andamento noto (lo stesso, qualitativamente parlando della funzione $y = 27x^3$). Il grafico della funzione $y = |27x^3|$ si ottiene ruotando attorno all'asse x le parti negative del grafico di $y = 27x^3$.



La funzione g ha un andamento sinusoidale di periodo $2\pi/\frac{3}{2}\pi = \frac{4}{3}$

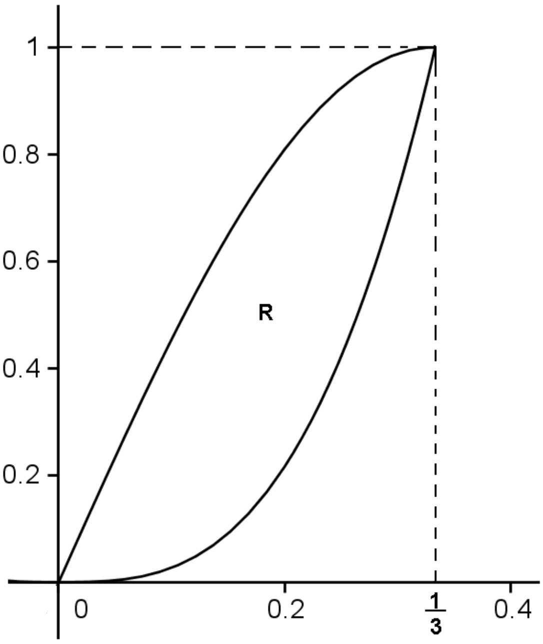


2) Risulta $f\left(\frac{1}{3}\right) = 1$, $f'\left(\frac{1}{3}\right) = 9$ e quindi l'equazione della retta tangente al primo grafico è $y = 9x + 2$

Risulta $g\left(\frac{1}{3}\right) = 1$, $g'\left(\frac{1}{3}\right) = 0$ e di conseguenza l'equazione della retta tangente al secondo grafico è $y = 1$ (come si poteva direttamente dedurre dal grafico di $g(x)$)

L'angolo acuto α formato dalle due rette tangenti è tale che $tg\alpha = 9$. Si ha quindi: $\alpha = artg\ 9 \cong$
$\cong 83°\,40'$

3)



$$A(R) = \int_0^{1/3} \left(\sin\frac{3}{2}\pi x - 27x^3\right) dx = \left[-\frac{2}{3\pi}\cos\frac{3}{2}\pi x - \frac{27}{4}x^4\right]_0^{1/3} = -\frac{1}{12} + \frac{2}{3\pi} = \frac{8-\pi}{12\pi}$$

4) Il volume richiesto si ottiene come differenza tra quello del solido ottenuto ruotando il grafico di g e il volume generato dalla funzione f.

$$V(S) = \pi\int_0^{1/3}\left[\sin^2\frac{3}{2}\pi x - (27x^3)^2\right]dx$$

Si ragiona in modo analogo per T, esplicitando x in funzione di y dalle espressioni di f e di g:

$$V(T) = \pi\int_0^1\left[\frac{1}{9}\sqrt[3]{y^2} - \left(\frac{2}{3\pi}arc\sin y\right)^2\right]dy$$