

Finali italiane dei Campionati Internazionali di Giochi Matematici Sabato 13 maggio 2017

CATEGORIA C1 Problemi 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10

CATEGORIA C2 Problemi 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12

CATEGORIA L1 Problemi 3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14

CATEGORIA L2 Problemi 5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16

CATEGORIA GP e HC Problemi 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18

1. Quanti 17 per Lavinia!

5843779853861278142872476575

Nella sequenza di numeri scritta sopra, addizionando tra loro tre cifre affiancate, Lavinia ottiene talvolta una somma uguale a 17.

Quante volte Lavinia ottiene questa somma 17?

2. Una suddivisione intelligente

5	4		
	1	2	
1		3	

Dividete il quadrato della figura in sei regioni (disegnandone il contorno) composte rispettivamente da 1 quadratino, 1 quadratino, 2 quadratini, 3 quadratini, 4 quadratini e 5 quadratini. La suddivisione deve essere fatta in modo che i quadratini che formano una regione siano tra di loro contigui per un lato (la regione non deve avere "buchi" in mezzo). Nella figura, il numero di quadratini che compongono una regione è scritto in uno dei quadratini di quella regione.

3. Un'addizione in maschera

$$*♦ + *♦ + *♦ + ♦* + ♦* + ♦* = ○○$$

Nell'addizione che figura sopra, ciascun segno rappresenta sempre la stessa cifra e due segni diversi rappresentano cifre diverse. Inoltre, nessun numero comincia mai per 0.

Quale numero è rappresentato da ○○?

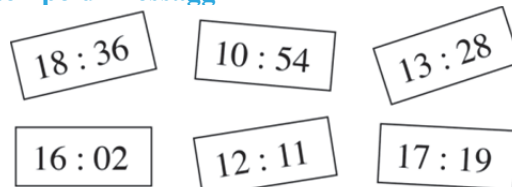
4. Deve risultare vera

Completate la frase nel riquadro sottostante con dei numeri (scritti in cifre) in modo che la frase contenuta nel riquadro risulti poi vera.

In questo riquadro si contano:

- ... numeri
- ... numero/i pari
- ... numero/i dispari

5. È tempo di messaggi



In ciascuno dei rettangoli della figura, vedete il momento (le ore e poi i minuti) in cui Jacopo ha spedito dei messaggi ai suoi amici. L'intervallo di tempo tra un messaggio e il successivo è sempre uguale, ma è andato perduto un foglietto rettangolare con l'indicazione oraria relativa a un messaggio.

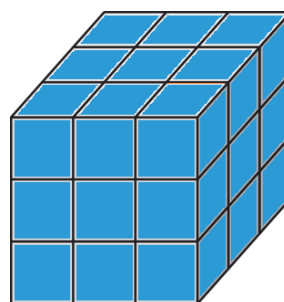
Qual è l'ora mancante?

6. Il numero di Carla

Carla ha scritto un numero di tre cifre, disposte in ordine crescente da sinistra a destra. Se aggiunge 1 a questo numero, la somma delle cifre del nuovo numero è tre volte più piccola di quella del numero di partenza.

Qual era il numero scritto inizialmente da Carla?
(Nessun numero comincia con la cifra 0)

7. Il cubo di Milena



Milena ha assemblato 27 cubetti formando un grande cubo che poi ha dipinto di blu (lo vedete in figura). Non è però soddisfatta del risultato estetico. Smonta allora il grande cubo e risistema i suoi cubetti in modo che il grande nuovo cubo ora

ottenuto abbia il minor numero possibile di facce blu visibili.

Quante sono le facce blu che si vedono sul nuovo cubo di Milena?

8. Alla fine viene fuori un dolce

$$\text{TOTO} + \text{TOTO} + \text{TOTO} = \text{DOLCE}$$

Nell'uguaglianza scritta sopra, ciascuna lettera rappresenta sempre la stessa cifra e due lettere diverse rappresentano cifre diverse; bisogna inoltre ricordare che nessun numero di più cifre comincia con uno 0.

Quanto vale TOTO, sapendo che al posto di E va sostituita la cifra 9?

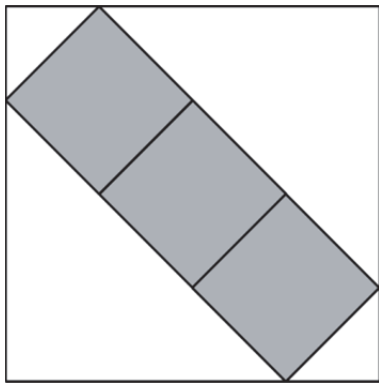
9. Una progressione aritmetica

La somma dei primi n termini di una progressione aritmetica è uguale, per ogni valore di n ($n = 1, 2, 3, 4, \dots$), a $n(3n + 1)$.

Quanto valgono il primo termine a_1 e la ragione d di questa progressione?

Nota. Una progressione aritmetica è una sequenza di numeri in cui ogni termine si ottiene dal precedente aggiungendo una costante d (chiamata ragione): $a_1, a_2 = a_1 + d, a_3 = a_2 + d$ e così via. Ad esempio 10, 13, 16, 19 ... è una progressione aritmetica in cui il primo termine a_1 è 10 e la ragione d vale 3.

10. Tre quadrati insieme, in un quadrato grande



I centri dei quadrati più piccoli (scuri in figura), situati dentro il quadrato più grande, sono allineati lungo una delle due diagonali del quadrato più grande.

Qual è l'area di

questo quadrato, sapendo che ognuno dei quadrati scuri ha un'area di 17 cm^2 ?

11. Il più grande dei cinque

Cinque numeri interi positivi, consecutivi, sono tali che la somma dei quadrati dei due più grandi è uguale alla somma dei quadrati degli altri tre.

Quanto vale il più grande dei cinque numeri?

12. I tre numeri

Tre numeri interi positivi sono tali che i prodotti di uno di loro (a turno) per la somma degli altri due valgono 20, 18, 14.

Qual è la somma dei tre numeri?

13. Adesso i numeri sono due

Due numeri positivi (interi o frazionari) sono tali per cui la differenza tra i loro inversi vale $1/3$, mentre la differenza tra i quadrati dei loro inversi vale $1/4$.

Quanto vale il prodotto del più grande dei due numeri per l'inverso del più piccolo? (Date la risposta sotto forma di una frazione irriducibile)

14. Numeri dispettosi

Ci sono numeri di tre cifre, dispettosi, che aumentano di 270 quando si scambiano le prime loro due cifre, diminuiscono invece di 63 quando si scambiano le loro ultime due cifre.

Qual è il più grande di questi numeri dispettosi?

15. Il triangolo rettangolo

Il perimetro del nostro triangolo rettangolo è uguale a 208 m. La somma delle lunghezze dei cateti supera quella dell'ipotenusa di 30 m.

Quanto misura il cateto più piccolo?

16. Un campo difficile

Padre Nando è in difficoltà perché non riesce a trovare la lunghezza del lato più grande del suo campo a forma triangolare. Sa che le lunghezze dei tre lati sono numeri interi di hm, che il lato più lungo misura meno di 20 hm e che il triangolo possiede un angolo di 120° . Ma crede che questi dati non siano sufficienti. In realtà, la soluzione al suo problema esiste e si può trovare.

Volete aiutare padre Nando suggerendogli la lunghezza del lato più grande del suo campo?

17. Un nuovo triangolo

Adesso il triangolo è qualsiasi e le misure dei suoi tre lati sono espresse (in metri) da numeri interi consecutivi.

Quanto vale l'area del triangolo in m^2 , sapendo che è uguale ai $2/5$ del prodotto tra le misure dei suoi due lati più lunghi?

18. L'inquinamento

125 cubetti bianchi (della stessa dimensione) sono stati assemblati per formare un grande cubo $5 \times 5 \times 5$. Ma c'è l'inquinamento e il primo giorno in cui il grande cubo viene esposto all'aria uno (e uno solo) dei cubetti posti sulla sua superficie diventa tutto grigio. Ogni giorno successivo, almeno finché resta un cubetto bianco, l'inquinamento continua il suo lavoro: ciascun cubetto bianco, che si viene a trovare a contatto con una faccia di un cubetto grigio, diventa anche lui tutto grigio. A seconda dei casi, quattro oppure cinque oppure sei cubetti si ritrovano grigi alla fine del secondo giorno.

Se alla fine di un certo giorno il 52% dei cubetti è grigio, **quanti giorni occorrono complessivamente perché l'inquinamento renda grigio il 100% dei cubetti?**