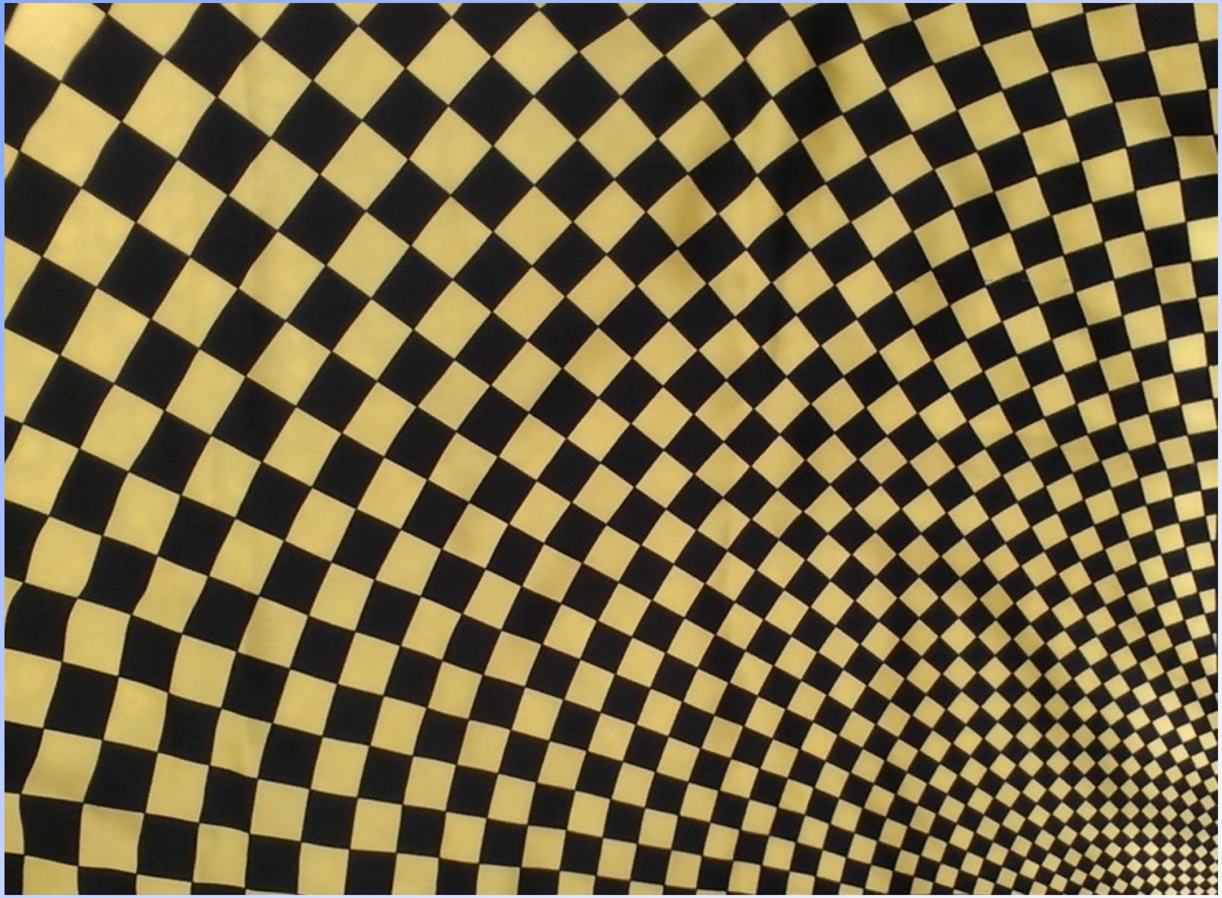
Viste e sviste sulla matematica

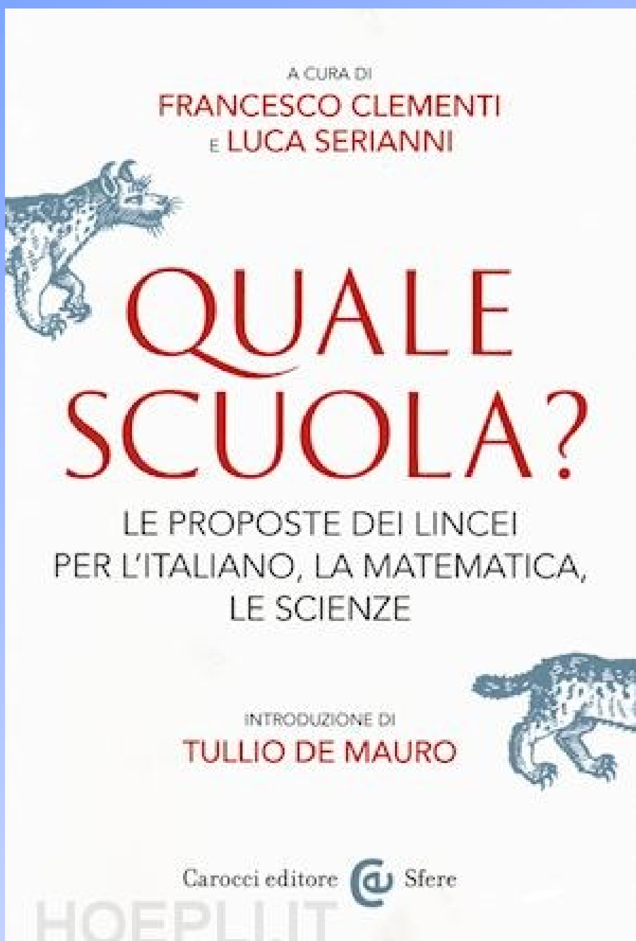


Dal punto di vista di un insegnante: *quanto, come, perché possono servire le immagini **per insegnare la matematica**?*

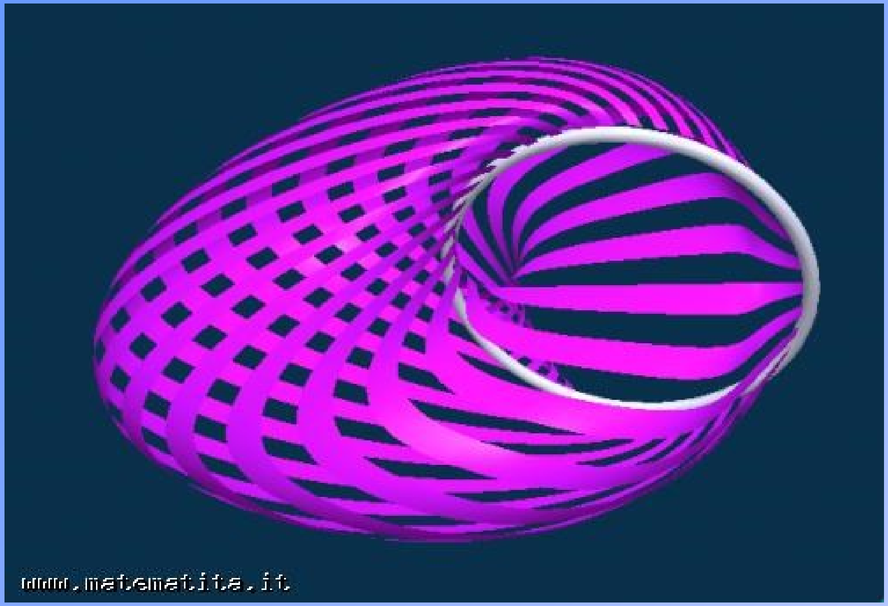
Istituto Lombardo, Accademia di Scienze e Lettere
Milano, 13 maggio 2016
M. Dedò

matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

Titolo ''copiato'' da:
md, *Viste e sviste sulla matematica,*
in ''Quale scuola?'',
a cura di F. Clementi e L. Serianni,
ed. Carocci, 2015

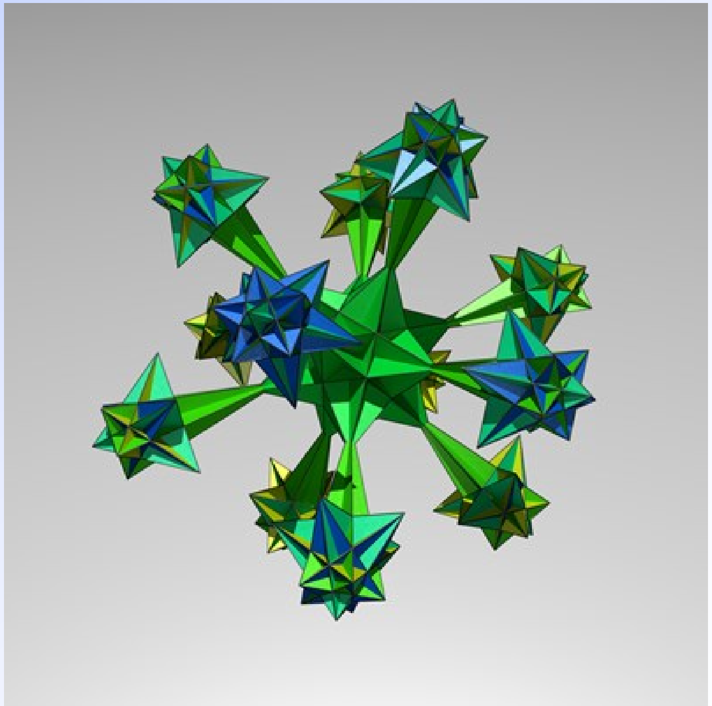


matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica



Servono le immagini per l'insegnamento?

- Quanto servono?
- Come servono?
- Perché servono?



- Sono **efficaci** per la comunicazione (anche troppo…!).
- Si **ricordano** (anche troppo…!).
- Sono **belle** (o almeno possono esserlo).
- Sono **coinvolgenti** (o almeno possono esserlo) (e possono esserlo anche troppo…!).
- Soprattutto: sono preziose **per dare significato.**

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

Che cosa è cambiato negli ultimi 50 (30) (10) anni?

Un dato di fatto: è aumentato **moltissimo** il numero di immagini nei testi (di qualunque genere, anche di matematica, anche di scuola).

Però…

- sono usate come riempitivo o con uno scopo preciso?
- sono di più solo perché è diventato più facile reperirle e utilizzarle o perché siamo davvero più consapevoli delle loro potenzialità?
- siamo consapevoli anche dei rischi di fraintendimenti connessi al loro uso?
- prestiamo più attenzione di una volta alle immagini sbagliate (almeno quanta ne prestiamo agli errori di ortografia)?
- …

Che cosa è cambiato negli ultimi 50 (30) (10) anni?

Un dato di fatto: è aumentato **moltissimo** il numero di immagini nei testi (di qualunque genere, anche di matematica, anche di scuola).

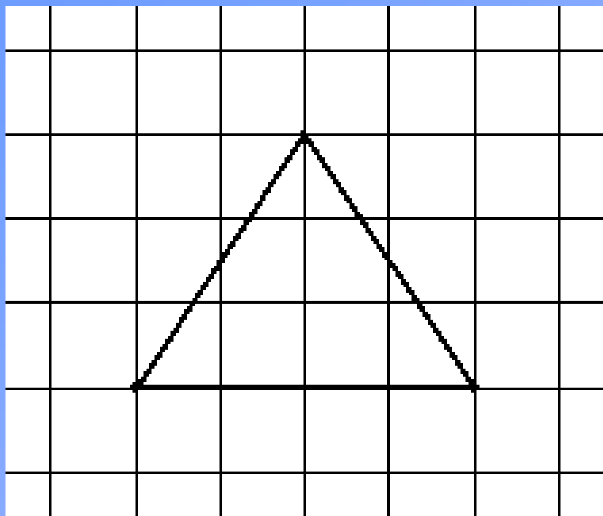
Però…

- sono usate come riempitivo o con uno scopo preciso?
- sono di più solo perché è diventato più facile reperirle e utilizzarle o perché siamo davvero più consapevoli delle loro potenzialità?
- siamo consapevoli anche dei rischi di fraintendimenti connessi al loro uso?
- prestiamo più attenzione di una volta alle immagini sbagliate (almeno quanta ne prestiamo agli errori di ortografia)?
- …

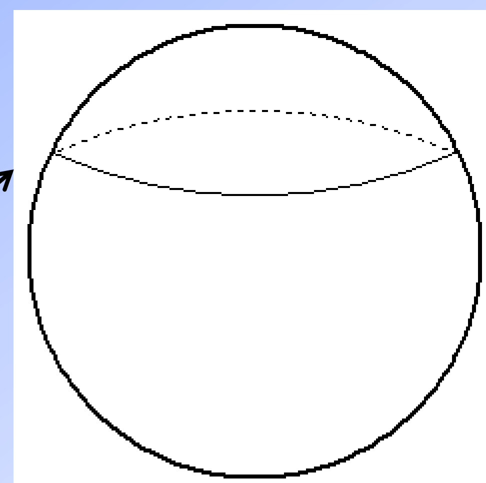
… ma è davvero cambiato qualcosa?

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

Le immagini sbagliate



Dire che questo è un triangolo equilatero è come scrivere ***squola*** con la ’’q’’.
E l’errore dovrebbe balzare all’occhio, anche prima di conoscere il teorema di Pitagora.

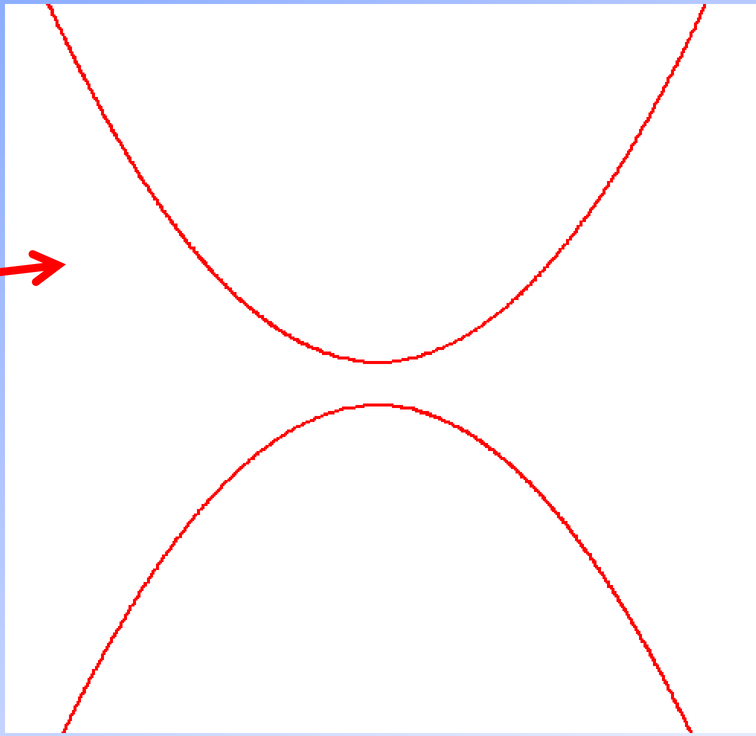


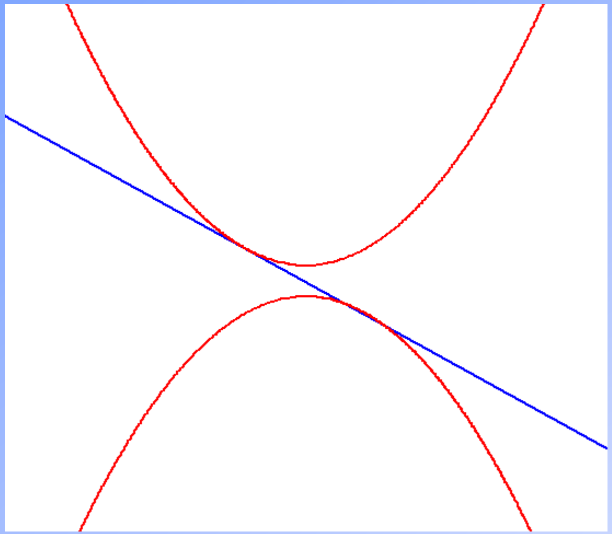
Disegnare così la sezione piana di una sfera è un ’’errore di ortografia’’ che indica anche il non avere l’abitudine di osservare la geometria nascosta nelle cose di tutti i giorni.

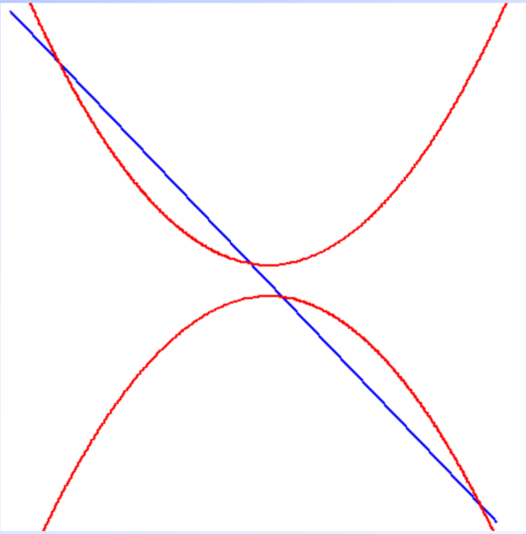
matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l’apprendimento informale
della matematica

Errori che erano più comuni qualche anno fa

Questa
non è un'iperbole.





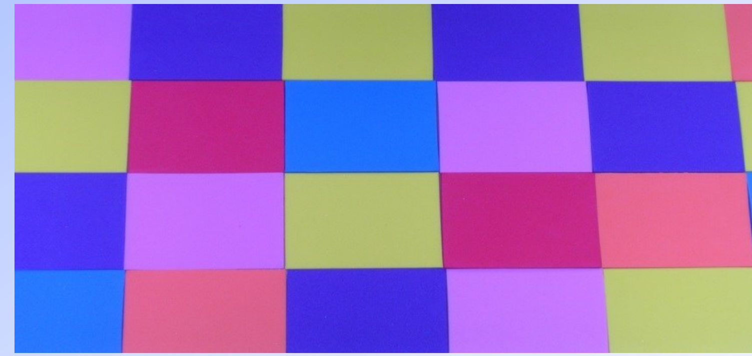


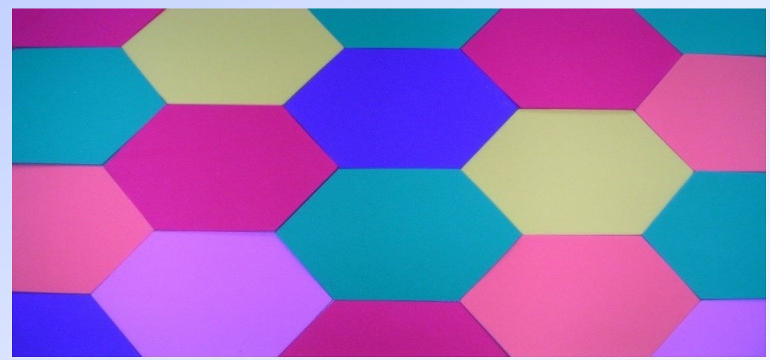
E neanche ci assomiglia!
Ci sono addirittura delle bitangenti e delle rette che la tagliano in 4 punti.

matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

Errori che stanno diventando più frequenti proprio ora

(l'analogo degli ''errori da *copia-e-incolla*'' per i testi)





… per esempio trovare le immagini qui sopra con una didascalia del tipo:

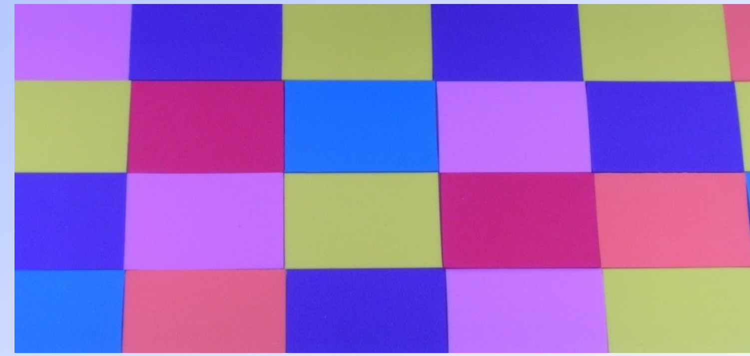
Ecco le tre tassellazioni regolari del piano: *triangoli equilateri, quadrati, esagoni regolari* (!)

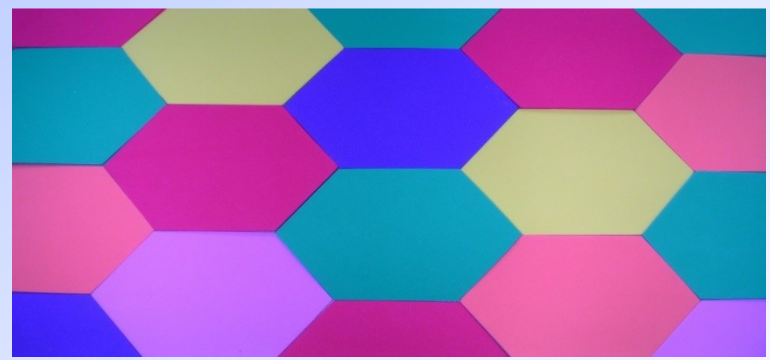
matematita

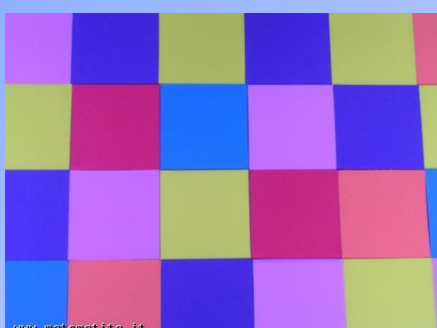
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

Errori che stanno diventando più frequenti proprio ora

(l'analogo degli ''errori da *copia-e-incolla*'' per i testi)







… per esempio trovare le immagini qui sopra con una didascalia del tipo:
Ecco le tre tassellazioni regolari del piano: *triangoli equilateri, quadrati, esagoni regolari* (!)

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

… e a scuola ne possono derivare tante belle osservazioni sulla similitudine e sulle trasformazioni che similitudini non sono…

…

si può utilizzare per **dar significato** al concetto di similitudine.

Recitare

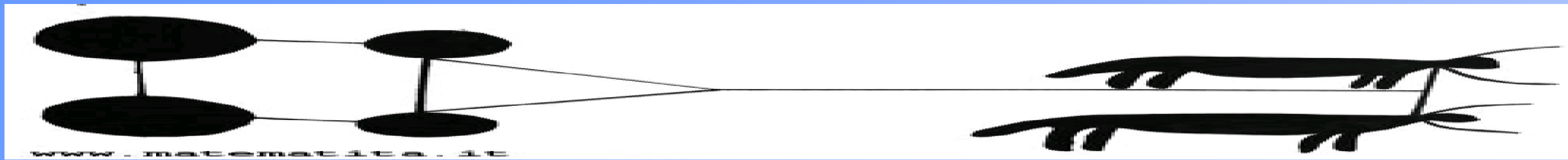
Due triangoli sono simili quando hanno gli angoli corrispondenti uguali e i lati corrispondenti in proporzione non dà nessuna garanzia di comprensione di significato.

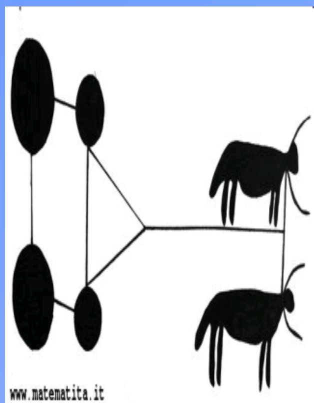
E se si domandasse:

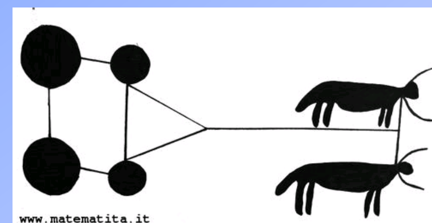
Ma che cosa vuol dire ''corrispondenti''?

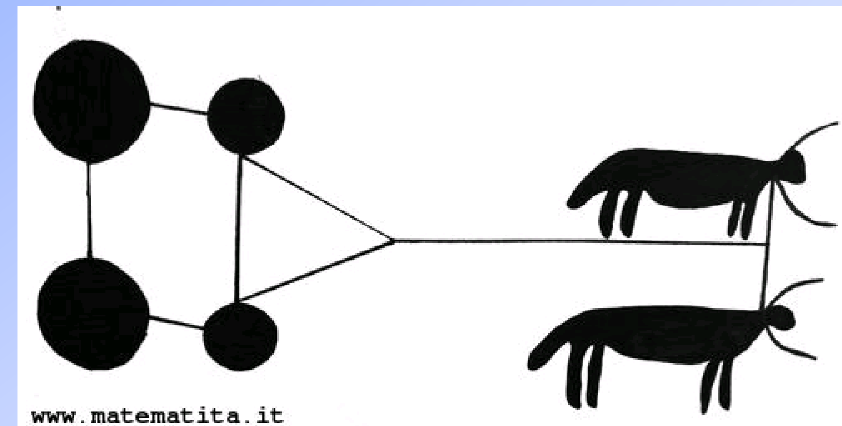
matematita

Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

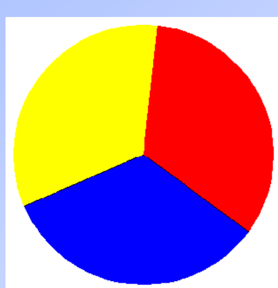








i ragazzi sembrano non collegare il concetto di similitudine all’idea intuitiva di forma e soprattutto all’operazione che sono abituati a fare costantemente su pc e smartphone....

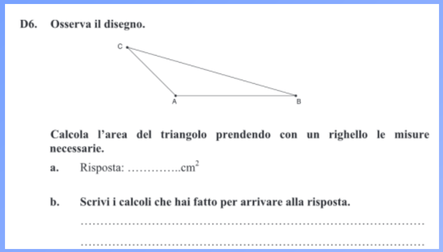


… e questo è un ’’punto’’ che, anche se si ingrandisce, resta sempre uguale….

matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l’apprendimento informale della matematica

Un problema costante dell’insegnamento:
dare significato ai concetti!

altezza di 1000 km…



D6. Osserva il disegno.

C
A
B

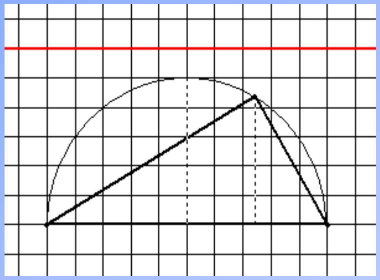
Calcola l’area del triangolo prendendo con un righello le misure necessarie.

a. Risposta: …………..cm²

b. **Scrivi i calcoli che hai fatto per arrivare alla risposta.**

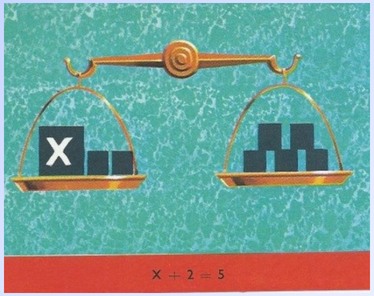
………………………………………………………………………

………………………………………………………………………



base per altezza diviso 2…

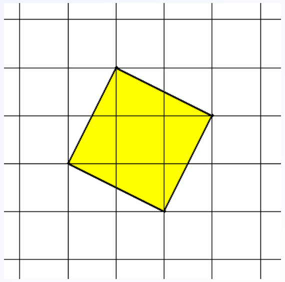
90% e 40%



57 = x
o x = 57 ?

…perimetro di 20 cm…
o di 20 km…

la radice di un numero…



…parallelo o perpendicolare...

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l’apprendimento informale
della matematica

Le due basi di un trapezio misurano rispettivamente 5,5 cm e 3,5 cm. I lati obliqui misurano 4 cm e 6 cm. La distanza tra le basi è 2 cm.
Calcola l'area e il perimetro.

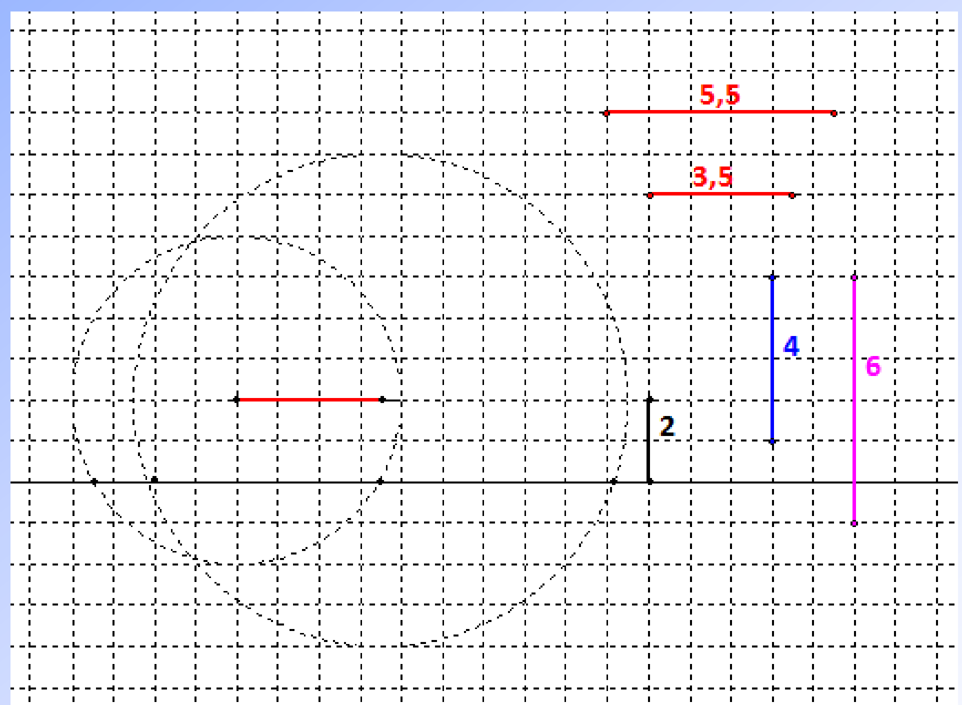
[9 cm^2; 19 cm]

Un tipico problema di aree e perimetri
(nel capitolo che precede il teorema di Pitagora).
Peccato che…

Le due basi di un trapezio misurano rispettivamente 5,5 cm e 3,5 cm. I lati obliqui misurano 4 cm e 6 cm. La distanza tra le basi è 2 cm.
Calcola l'area e il perimetro.

[9 cm^2; 19 cm]

Un tipico problema di aree e perimetri
(nel capitolo che precede il teorema di Pitagora).
Peccato che…



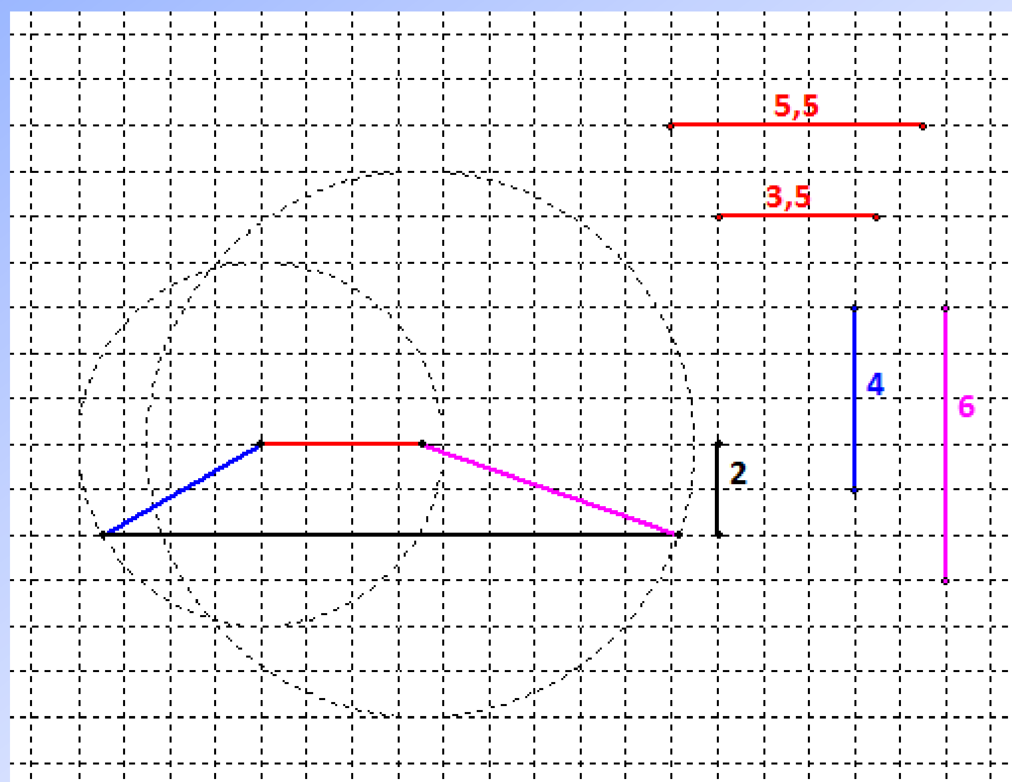
matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

Le due basi di un trapezio misurano rispettivamente 5,5 cm e 3,5 cm. I lati obliqui misurano 4 cm e 6 cm. La distanza tra le basi è 2 cm.
Calcola l'area e il perimetro.

[9 cm^2; 19 cm]

Un tipico problema di aree e perimetri (nel capitolo che precede il teorema di Pitagora).

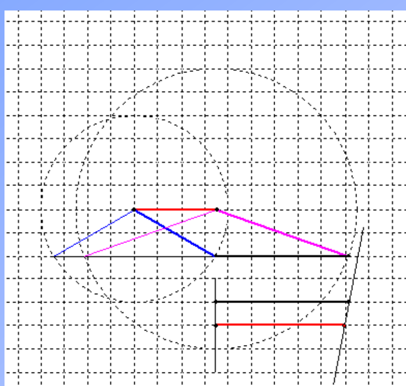
Peccato che…

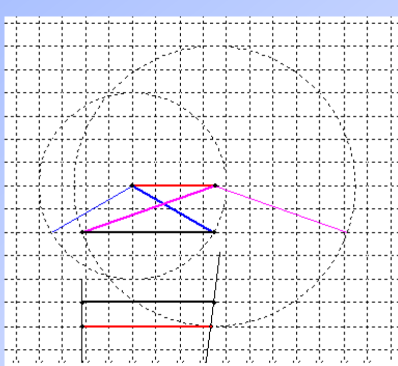


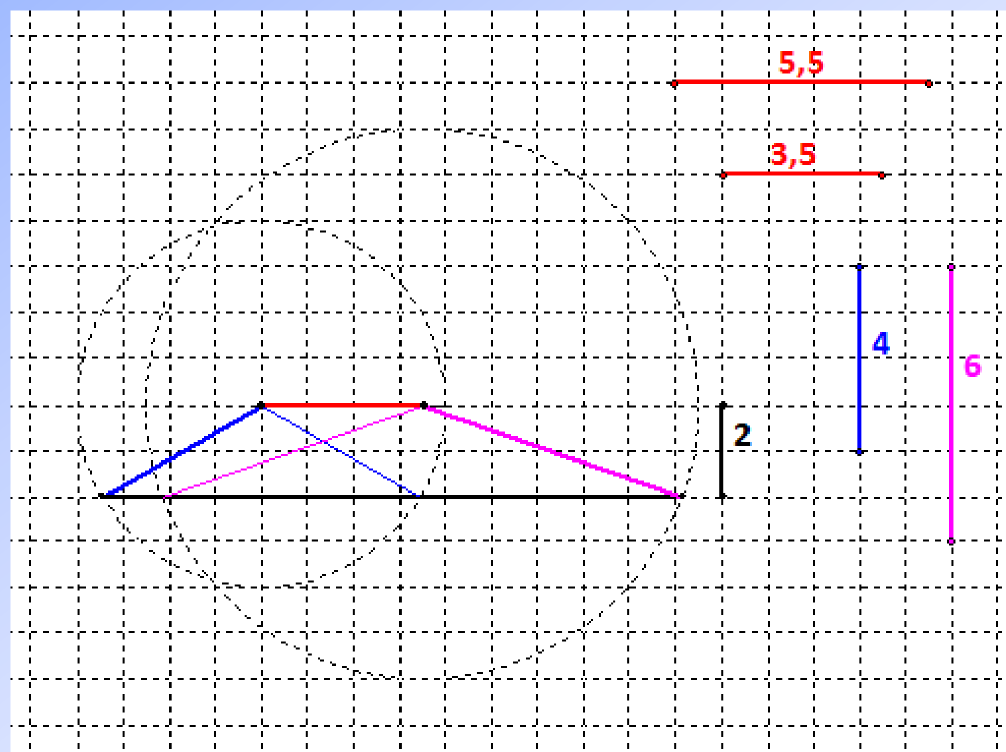
Le due basi di un trapezio misurano rispettivamente 5,5 cm e 3,5 cm. I lati obliqui misurano 4 cm e 6 cm. La distanza tra le basi è 2 cm.
Calcola l'area e il perimetro.

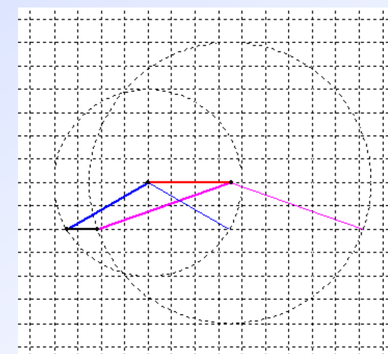
[9 cm^2; 19 cm]

Un tipico problema di aree e perimetri
(nel capitolo che precede il teorema di Pitagora).
Peccato che…







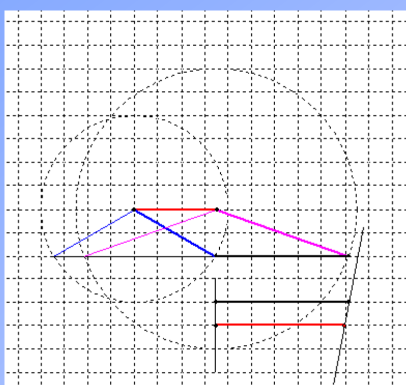


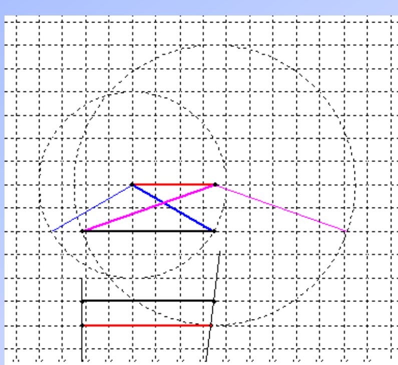
matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

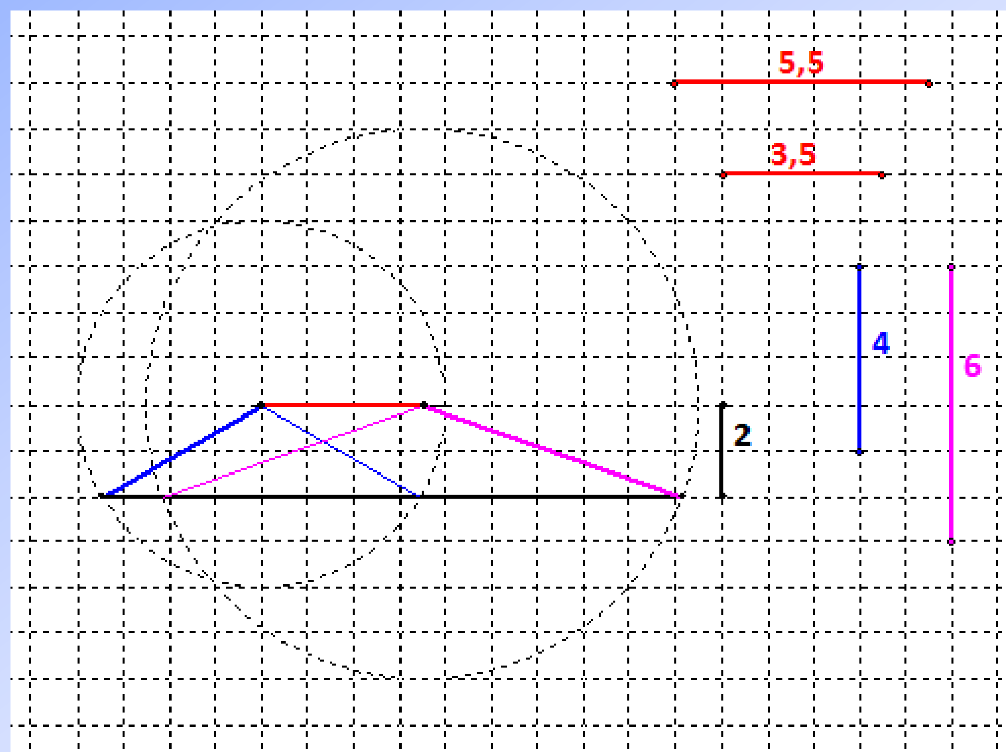
Le due basi di un trapezio misurano rispettivamente 5,5 cm e 3,5 cm. I lati obliqui misurano 4 cm e 6 cm. La distanza tra le basi è 2 cm.
Calcola l'area e il perimetro

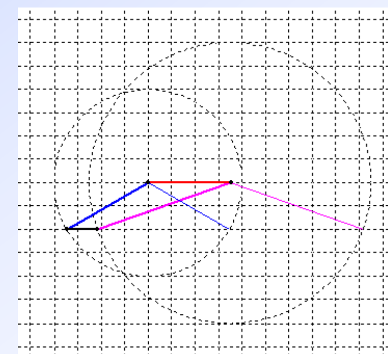
[9 cm²; 19 cm]

Un tipico problema di aree e perimetri (nel capitolo che precede il teorema di Pitagora).
Peccato che…



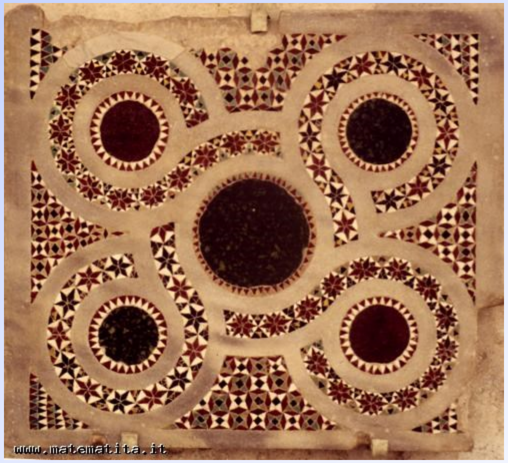




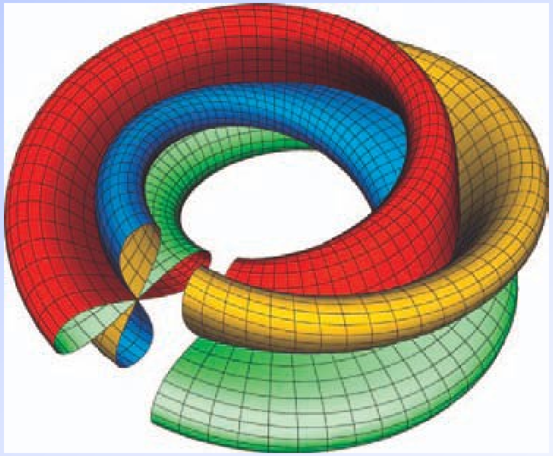


Comunicazione informale e esperimenti con le immagini

La comunicazione informale **non è una brutta copia** della comunicazione formalizzata; agisce su altri livelli e usa altri metodi, fra cui le immagini (ma non solo: oggetti, racconti, …); **non sostituisce** la comunicazione formalizzata, ma può costituirne **una premessa**, che dà senso e significato alla formalizzazione.



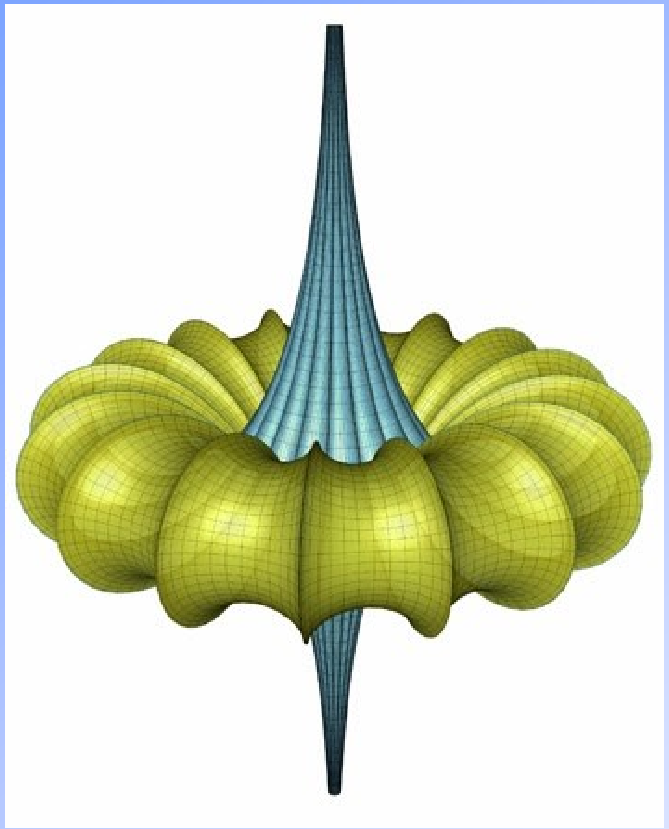
Immagini **della** matematica…



Immagini **per la** matematica…

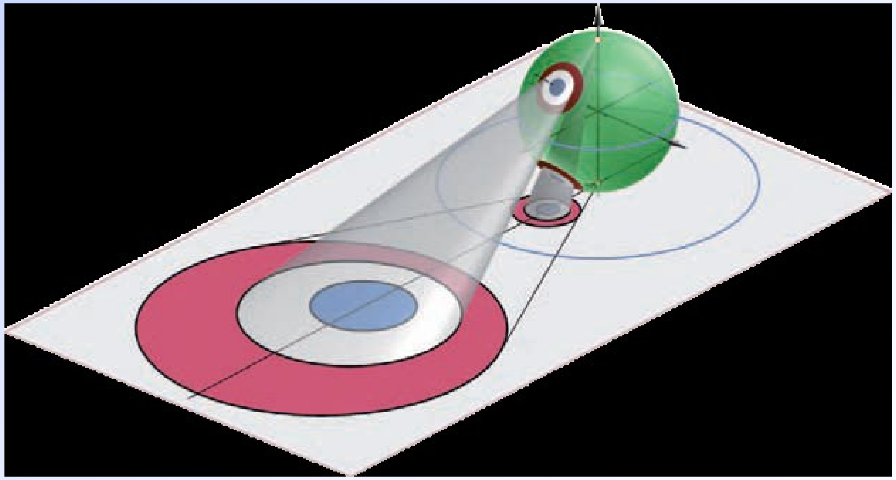
matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

Le immagini non sono l’unica maniera per dare significato ai concetti (né sono sempre la più opportuna…).
Tuttavia possono essere uno strumento potente, soprattutto (non solo) in una comunicazione informale.



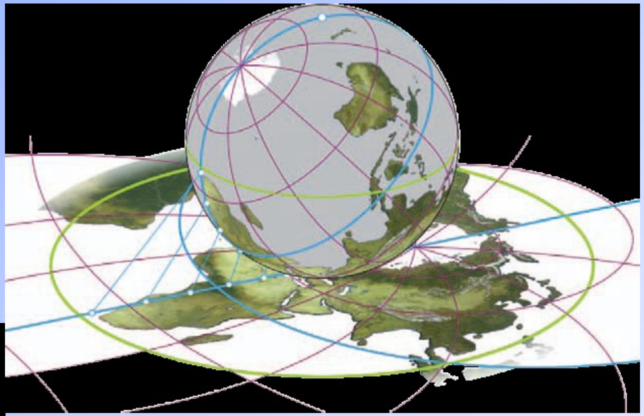
Proprio l’ambiguità intrinseca può essere utile (a volte anche preziosa) per

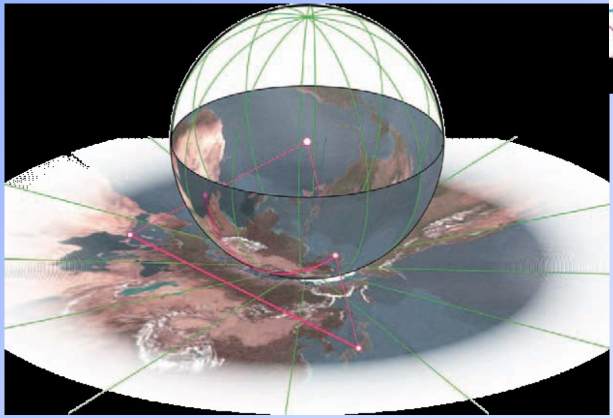
- costruire immagini mentali
- costruire significato
- costruire associazioni di idee.



matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l’apprendimento informale
della matematica

Un inciso:
immagini per porre un problema…



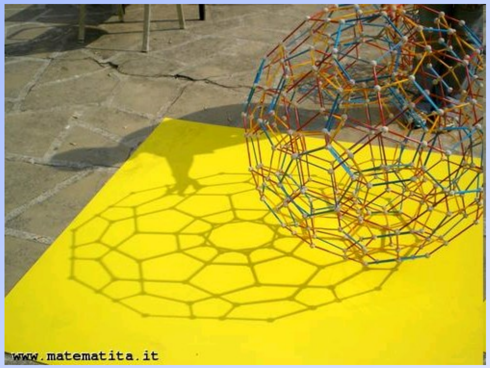


carte…

MCD(4,16)=4

il MCD

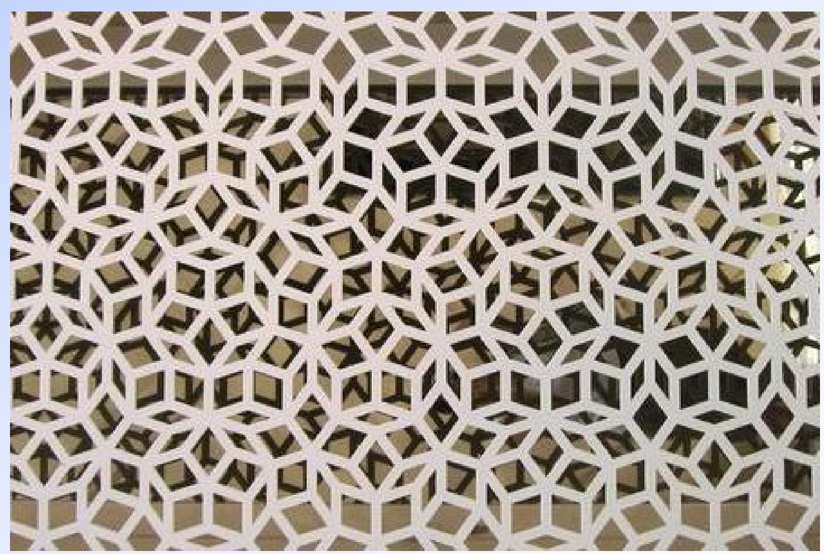
ombre…



MCD(9,16)=1

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

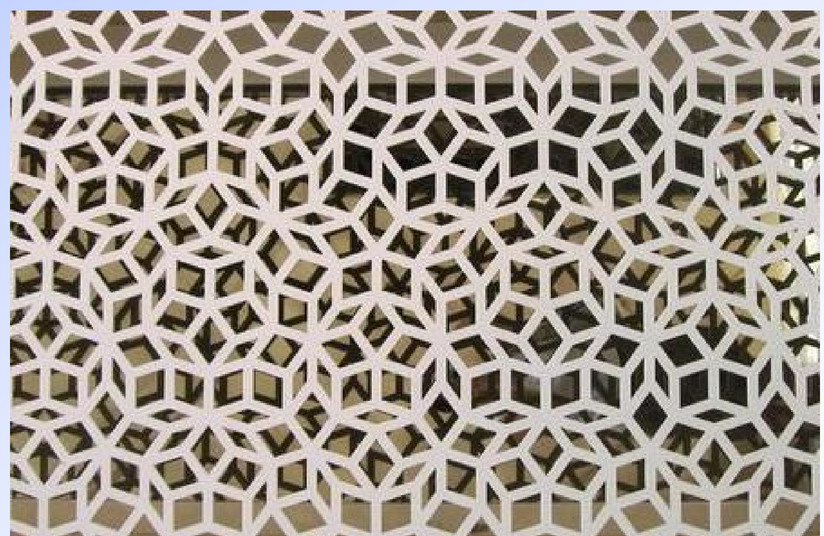
Si possono costruire decine di problemi di geometria a partire da ciascuna di queste immagini!



matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

Le due basi di un trapezio misurano rispettivamente 5,5 cm e 3,5 cm. I lati obliqui misurano 4 cm e 6 cm. La distanza tra le basi è 2 cm.
Calcola l'area e il perimetro.
[9 cm^2; 19 cm]

Si possono costruire decine di problemi di geometria a partire da ciascuna di queste immagini!



matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

Le immagini sono perfette per una comunicazione immediata. **Però…** funzionano altrettanto bene anche per l’apprendimento?

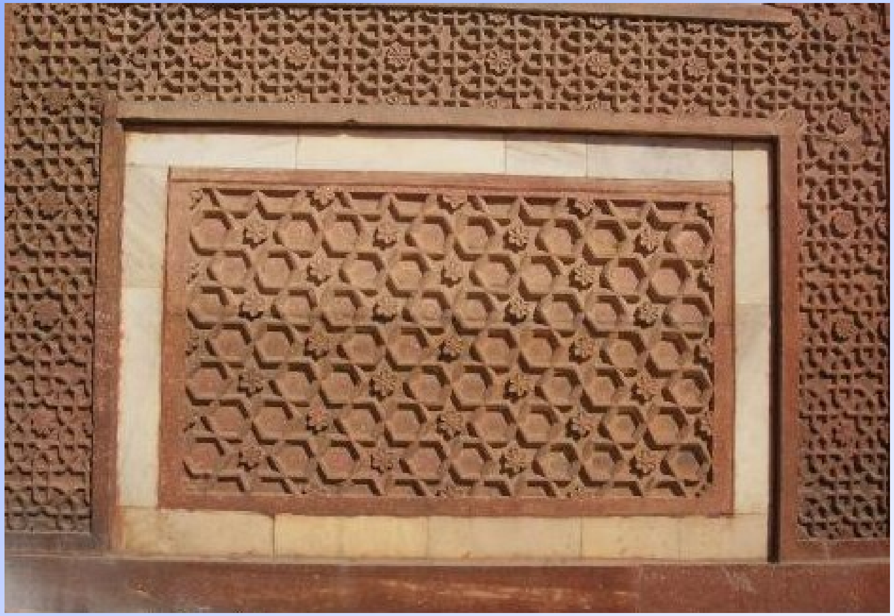
Si può dire che la topologia è quella disciplina in cui queste due pavimentazioni sono la stessa cosa?

Ci vuole **cautela…** si sta camminando su un crinale **molto** sottile.

Le stesse caratteristiche che rendono le immagini **preziose** per la comunicazione immediata le rendono anche **pericolose.**

matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l’apprendimento informale della matematica

è diverso scegliere l'una o l'altra di queste immagini per rappresentare una traslazione (sopra) oppure un mosaico (sotto).

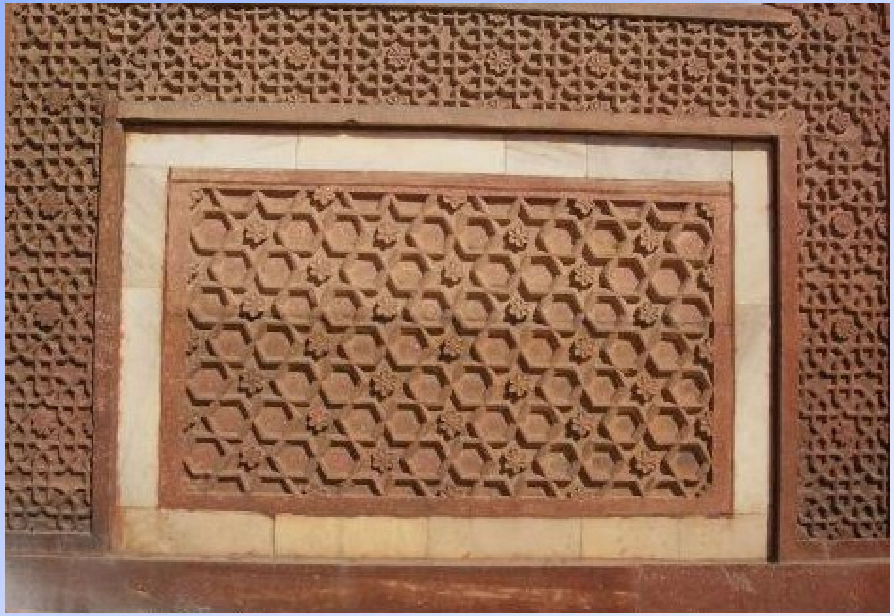


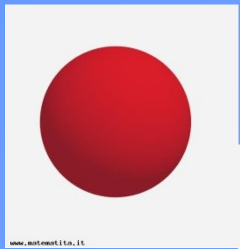
matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

NO

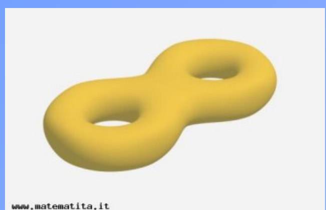
è diverso scegliere l'una o l'altra di queste immagini per rappresentare una traslazione (sopra) oppure un mosaico (sotto).

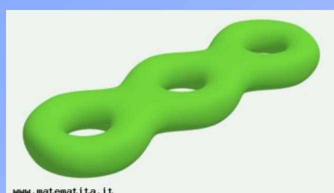
NO



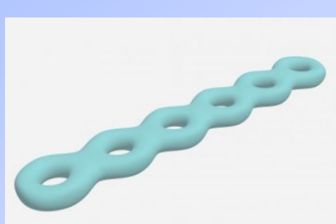


L'immediatezza della comunicazione rischia anche di banalizzare il messaggio.





È ben diverso, per illustrare il genere di una superficie, utilizzare solo le immagini qui a sinistra, o anche una gran varietà di immagini come quelle sulla destra.



matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

Una (sola) immagine è qualcosa di **molto** diverso da **tante** immagini.

il gruppo C_4

il gruppo D_5




il gruppo C_4






il gruppo D_5



Così è diverso: l'attenzione si sposta in maniera naturale dai particolari concreti a **ciò che hanno in comune** le diverse immagini -> astrazione!

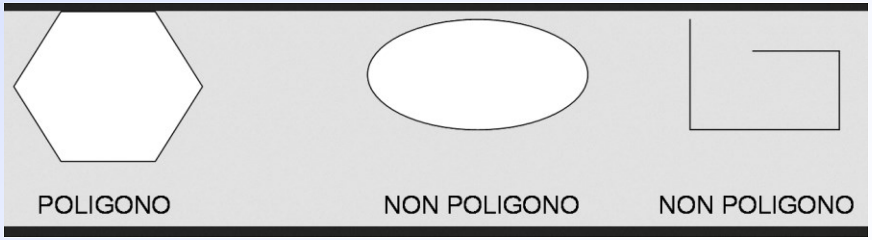
matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

Se si vogliono usare le immagini (questi sì e questi no) a sostituire una ’’definizione’’ di poligono, va benissimo purché…

matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l’apprendimento informale della matematica

Se si vogliono usare le immagini (questi sì e questi no) a sostituire una ’’definizione’’ di poligono, va benissimo purché…

… non così!

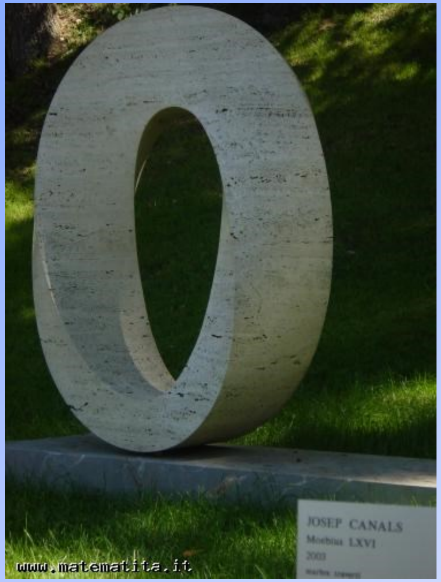


Questi non sono nastri di Moebius

Il rapporto fra **immagine reale** e **immagine mentale** è molto diverso se già si possiede l’immagine mentale (e si cerca un’immagine reale che la evochi) oppure no (e il problema è proprio quello di costruirsi un’immagine mentale).

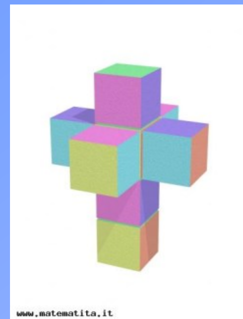
matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l’apprendimento informale
della matematica

Questi non sono nastri di Moebius



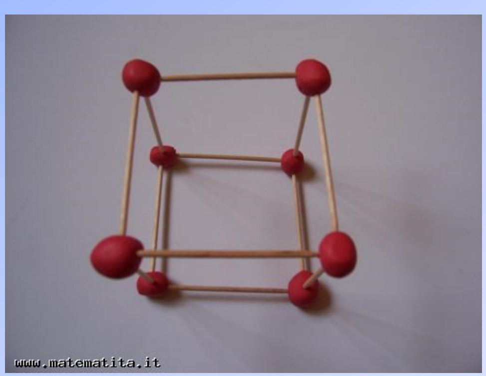
Il rapporto fra **immagine reale** e **immagine mentale** è molto diverso se già si possiede l’immagine mentale (e si cerca un’immagine reale che la evochi) oppure no (e il problema è proprio quello di costruirsi un’immagine mentale).

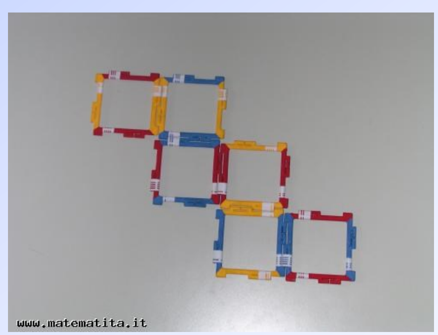
matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l’apprendimento informale
della matematica



Che cos'è un cubo?
Che cosa vuol dire *''lo vedo''*?
Che cos'è un'immagine mentale?

Spesso si usa "*vedere*" al posto di "*capire*" (per una comprensione particolarmente profonda!). *''Vedere un ipercubo''* può suonare buffo…

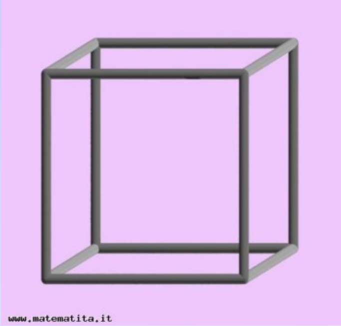




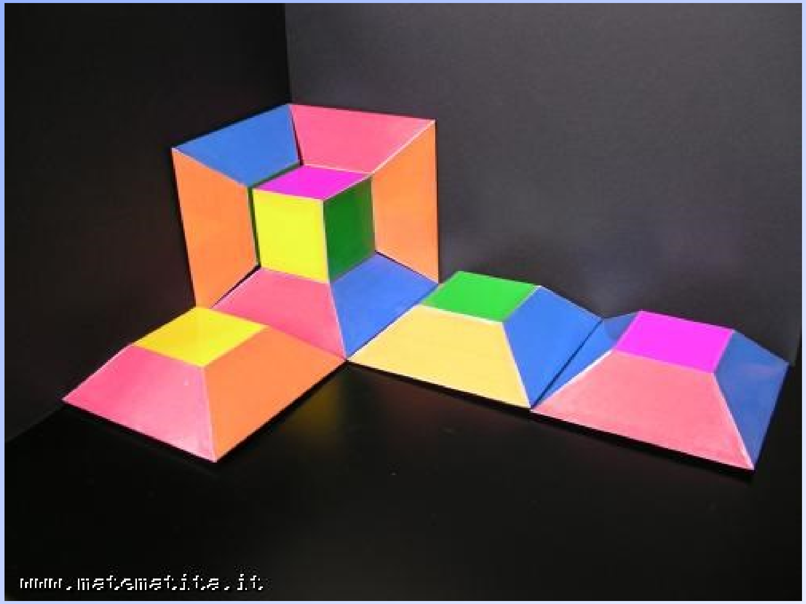
matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

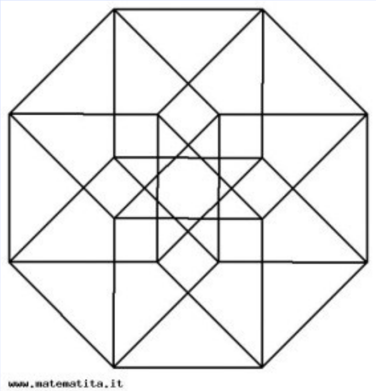
Quando ci siamo costruiti un’immagine mentale, questa è molto resistente, e rischia di farci sbagliare nell’assumere come scontati dei sottintesi che scontati non sono.

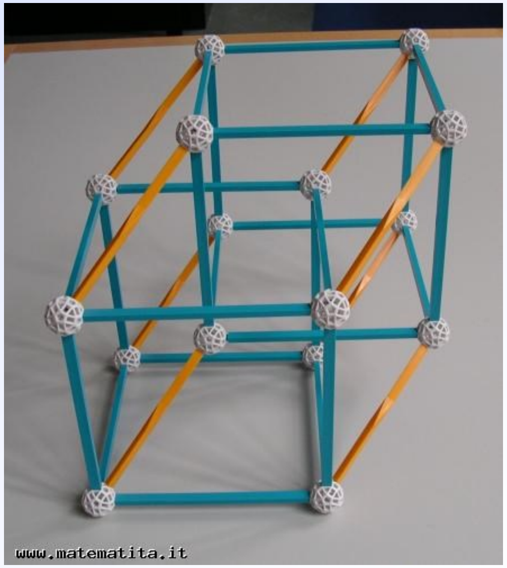
… è uno di quei quadrati del cubo…



… esattamente come in questa immagine (o in questi modelli) si ’’vedono’’ otto cubi (solo) se già si ha dimestichezza con la struttura dell’ipercubo.

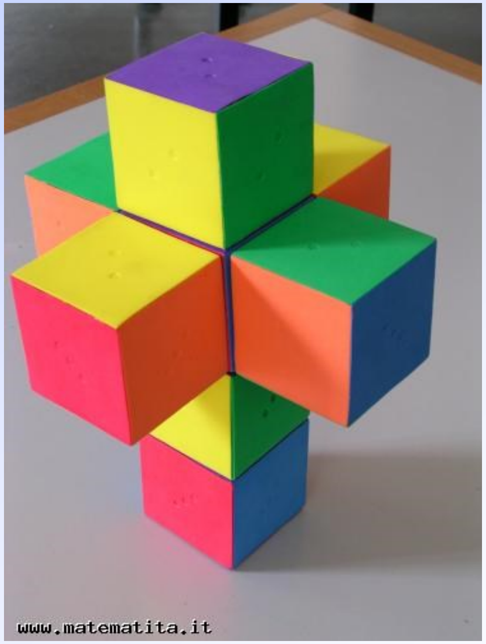






matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l’apprendimento informale
della matematica

Spesso un'**immagine (reale)** usata nel processo di insegnamento o in una comunicazione informale è la traduzione di un'**immagine (mentale)** del docente, con l'obiettivo che riesca al discente il passaggio inverso: dall'**immagine reale** all'**immagine mentale**.



Però un'immagine mentale non è la stessa cosa di un'immagine, è qualcosa di più concettuale: nel passaggio dall'immagine mentale alla immagine reale ci sono informazioni che vanno perse.

Tutte le immagini (e così anche tutti i modelli) sono sempre e comunque ***un po' false***....

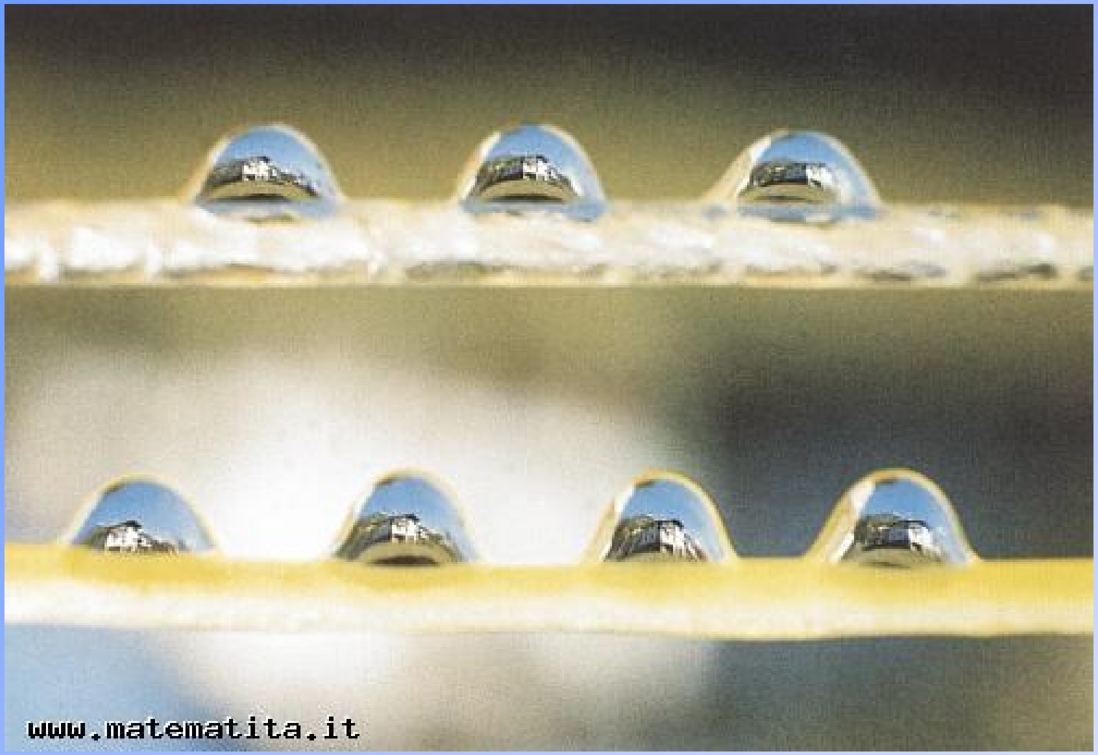
... è legittimo continuare a usarli sapendo che, anche se molto espressivi, sono insieme *un po' falsi*?

Anche una frase irreprensibile per un matematico può essere interpretata in maniera scorretta.
Il che può essere anche più pericoloso rispetto alle immagini ambigue.

Occorre però:

- essere consapevoli dell'ambiguità;
- controllarne i rischi;
- sfruttarne gli aspetti positivi.

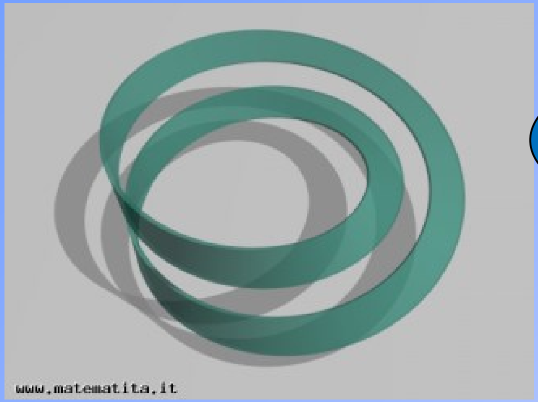
matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

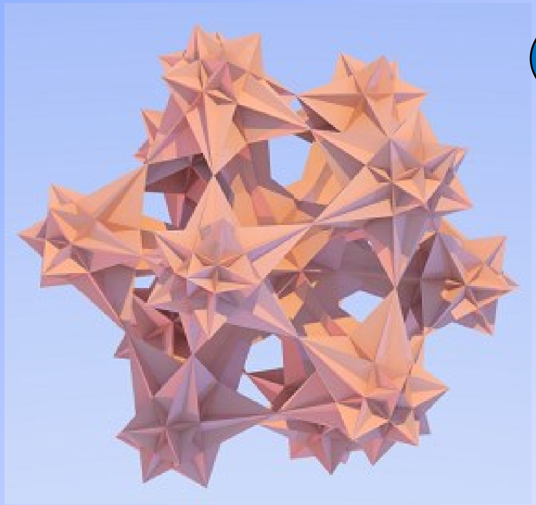


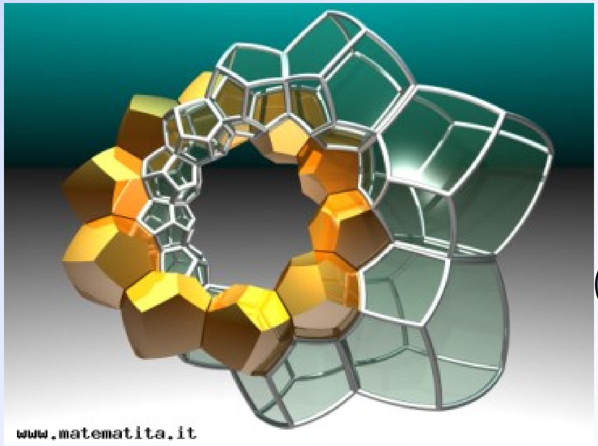
Conclusione: proprio il fatto di viaggiare sull'ambiguità ci obbliga a un'attenzione molto maggiore per cogliere eventuali incomprensioni e farle diventare occasioni per approfondire la conoscenza.

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

Un altro ''capitolo'' (per una prossima occasione…): le **immagini in movimento.**







matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

Grazie dell'attenzione!

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica