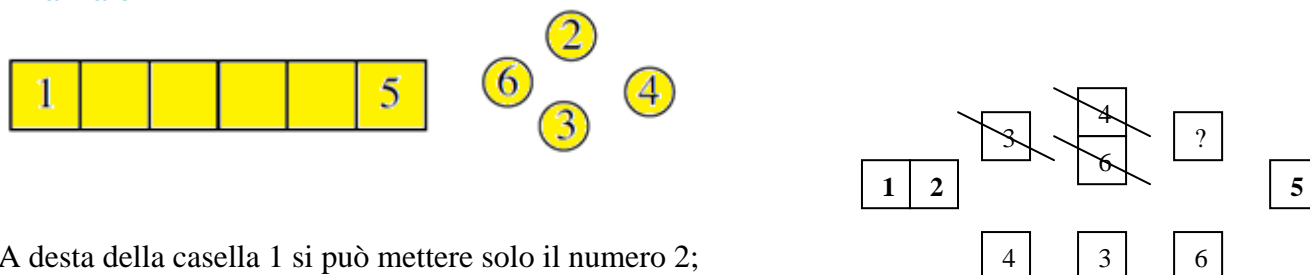


SOLUZIONI COMMENTATE

finale nazionale 11 maggio 2013

1 Da 1 a 6

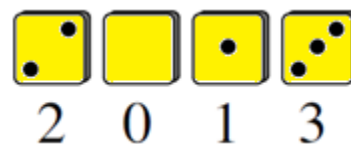


A destra della casella 1 si può mettere solo il numero 2;
nella terza casella si potrebbero mettere i numeri 3 o 4:

- il 3 obbliga a scrivere il 5 nella quinta casella (non accettabile perché è già scritto nella sesta casella),
- il 4 porta alla soluzione: **1-2-4-3-6-5**

2 I dadi dell'anno

Le facce opposte ai numeri che si vedono sono: 3-5-4-2. Milena, che si trova di fronte a Carla, leggerà i numeri in senso inverso, precisamente: **2453**



3 La differenza più grande che si può

Il numero più grande è 53211100, quello più piccolo (che non inizia con 0) è 10011235.

La loro differenza è: **43199865**

4 Una strana memoria

Indichiamo con A, B, C, E i nomi dei quattro cuginetti di Anna. Sappiamo che:

$$A+B+C=2013$$

$$A+B+D=2031$$

$$A+C+D=2103$$

$$B+C+D=2301$$

Sommando tra loro tutti gli addendi a sinistra degli uguale e sommando tra loro i quattro numeri a destra si ha:
 $3(A+B+C+D)=8448$, da cui: $A+B+C+D=2816$ che rappresenta la somma complessivamente spesa da Anna.

Allora $A = 2816 - 2301 = \mathbf{515 \text{ €}}$

5 Numeri allo specchio



I numeri che visti riflessi allo specchio coincidono con numeri non riflessi sono 0 - 2 - 5 - 8, che diventano rispettivamente 0 - 5 - 2 - 8 (anche il numero 1 riflesso allo specchio è letto 1 anche se le due sbarrette si spostano da destra a sinistra). Il testo suggerisce:

- che il numero scritto sulla t-shirt inizia con 0, quindi il numero letto da Luca termina con 0
- che il numero letto da Luca non inizia con 0 (quindi il numero scritto sulla t-shirt non inizia con 0).

Allora il numero scritto può essere del tipo 0?5 e quello letto 2?0

L'unica cifra che può essere sostituita al ? e che moltiplicata per 4 dia un numero vicino a 200 è 5 .

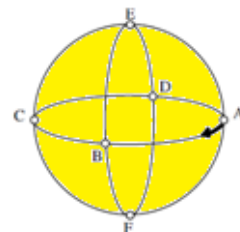
Il numero scritto è 055 e Luca legge **220**

6 Il compleanno

In ognuno dei mesi di gennaio, marzo, novembre e dicembre ci sono 13 possibili giorni di compleanno (01-02-03-10-11-12-13-20-21-22-23-30-31) nel mese di febbraio ce ne sono 11 e nel mese di novembre 12. Complessivamente si possono scrivere **75** date di compleanno ($52+11+12=75$)

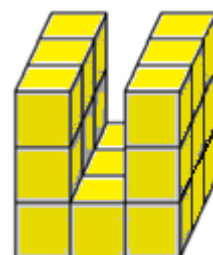
7 Un viaggio attorno al pianeta

La successione degli aeroporti è: A-B-E-C-D-F-A. Desiderio percorre sei archi allora la distanza tra due aeroporti è di 7500 km.



8 Ai minimi termini

Se il cubo avesse tutti i 27 cubetti servirebbero 6 tagli, due per ognuno dei tre piani a due a due perpendicolari tra loro. Operando il primo taglio parallelo alla faccia di base si ottengono tre pezzi che possono essere riposizionati uno sopra l'altro; con altri quattro tagli, a due a due paralleli alle altre facce si ottengono i 21 cubetti separati. Al minimo servono **5** tagli.



9 Ricchezze agricole

E' utile scrivere i 14 quadrati minori di 222:

1 – 4 – 9 – 16 – 25 – 36 – 49 – 64 – 81 – 100 – 121 – 144 – 169 – 196.

Danno somma 222 le terne: $1+25+196$; $1+100+121$; $4+49+169$

i lati dei corrispondenti quadrati misurano:

1,5,14 dam **1,10,11** dam **2,7,13** dam

10 Per 11 e per 13

Dal numero 316 togliamo successivamente i multipli di 13 e, ricordando il criterio di divisibilità per 11, si trova che i numeri scelti da Debora possono essere: **121, 264**.

11 Un, due, tre

Nando ha utilizzato al massimo **10** gettoni.

Diverse sono le possibili successioni tutte cominciano e terminano con la cifra 1 (che viene usata 4 volte, mentre le cifre 2 e 3 vengono usate 3 volte)

Esempi: 1121322331 oppure 1122332131

12 Il trapezio

Si disegnano due trapezi, uno con le basi di 18 e 6 cm e i due lati "obliqui" di 5 e 13, l'altro con le basi di 18 e 13 cm e i lati di 5 e 6 cm (in prima approssimazione le misure possono corrispondere a quelle ipotizzate), si traccia poi da un vertice della base minore una parallela all'altro lato "obliquo" si ottiene un triangolo di cui sono note le misure dei tre lati.

Con i dati del problema, nel primo caso il triangolo è rettangolo, quindi il lato "obliquo" corrisponde all'altezza e misura 5 cm; nel secondo il triangolo è isoscele e applicando opportunamente il teorema di Pitagora si trova che l'altezza misura 4,8 cm.

Se le misure fossero state diverse si sarebbe potuto applicare la formula di Erone per trovare l'area del triangolo e poi ricavare l'altezza interessata.

Il problema ha due soluzioni. **4,8** cm e **5** cm.

13 Il numero misterioso

Si aggiunge 1 al m.c.m. tra 6, 7, 8 e 9 e ai suoi multipli: 505, 1009, **1513**, 2017 ... Tra i risultati ottenuti si prende quello più grande ma minore di 2013

14 Tante teste

Gian Italo può compiere al massimo **12** lanci con 9 T e 3 C

TTTTCTTCCTTT

Le singole successive quaterne sono: TTTT – TTTC – TTCT – TCTT – CTTC – TTCC – TCCT – CCTT – CTTT

15 Tre numeri consecutivi

Tutti i numeri primi hanno due soli divisori, ma non esistono tre numeri primi consecutivi, allora i tre numeri devono avere più di due divisori.

Hanno tre divisori solo alcuni numeri quadrati (tutti i numeri quadrati hanno un numero dispari di divisori), ma non esistono tre numeri consecutivi quadrati, allora i tre numeri cercati devono avere più di tre divisori.

Hanno quattro divisori tutti i cubi (i divisori di 8 sono 1-2-4-8) e tutti i numeri ottenuti come prodotto di due numeri primi (i divisori di 6 sono 1-2-3-6).

La ricerca va ristretta tra tre numeri consecutivi che non contengano numeri primi e numeri quadrati.

Soddisfano la condizione i numeri **33** (3x11), **34** (2x17) e **35** (5x7).

16 Sono primi

Chiamando con a,b,c i tre numeri primi, si ha:

$axbxc=19x(a+b+c)$ allora uno dei tre numeri è 19.

La relazione diventa: $bxc=19+b+c$

Che può essere studiata con tecniche diverse, esempio:

- $bxc-(b+c)+1=19+1$ che ci permette di scrivere $(b-1)x(c-1)=20$ e, studiando le coppie di fattori che hanno come prodotto 20 ricaviamo $b=11$ e $c=3$
- oppure: $b=(19+c)/(c-1)$ e con $c=3$ si ricava $b=11$

I tre numeri sono 3-11-19

17 Una ghirlanda elettrica

Poniamo 9 carte scoperte, numerate da 1 a 9, al posto delle 9 lampadine accese e procediamo come indicato nel problema partendo dal numero 1. Dopo un primo giro, di 9 mosse, restano scoperte le carte con numeri dispari, a partire dal secondo giro la carta 9 resta costantemente coperta fino a “l’ultimo giro” che ci interessa, nel giro successivo Dopo 8 giri interi composti da 9 mosse ognuno resta coperta solo la carta con il numero 1. Con la mossa successiva anche questa carta rimane scoperta.

Le 9 lampadine saranno tutte accese dopo 73 ($8x9+1$) operazioni.

Questo “gioco” funziona se il numero di lampadine è una potenza di 2 aumentata di una unità: 5, 9, 17, 33 lampadine.

Con 5 lampadine serviranno $4x5+1=21$ operazioni, con 17 lampadine serviranno $16x17+1=273$ operazioni.

18 Le tovagliette di Chiara

La figura mostra una delle possibili coperture della tovaglietta con cerchi aventi il raggio uguale a $\frac{1}{4}$ del lato del triangolo (vedi parte bassa della figura).

Il raggio minimo è di **25** cm

