

# Origami

## Geometria fra le pieghe

Prof. Paolo Bascetta

# Le origini

La carta fu inventata in Cina nel II secolo

Nel VI secolo i Giapponesi ne appresero  
il segreto della sua fabbricazione.

In Giappone si iniziò a piegarla per motivi  
religiosi.

I monaci custodirono il segreto della sua fabbricazione  
gelosamente per secoli.

# Origami

E' una parola che deriva dal giapponese **Ori** (piegare) e da **Kami** (carta).

Fu solo nel 17° e 18° secolo che fece la comparsa in Europa tramite giocolieri e prestigiatori.

Papierfalten in Germania  
Paper folding in Inghilterra  
Papiroflexia in Spagna

In Italia è quasi sconosciuto negli anni '60/'70

Lentamente iniziò a diffondersi come una piacevole curiosità, e un gioco per intrattenere e stupire bambini e adulti.

Sembrava impossibile, quasi una magia, che da un foglio di carta potesse nascere un piccolo animaletto che, in alcuni casi, poteva addirittura muoversi!

Nella scuola primaria era, ed è tuttora, utilizzato soprattutto per produrre piccoli lavoretti da regalare alle famiglie in occasioni particolari tipo il Natale.

Ma da qualche decennio lentamente le cose stanno cambiando.

Molti insegnanti si sono resi conto delle potenzialità della piegatura della carta in ambito didattico.

Nel 1989 a Ferrara è stato organizzato, dal  
Prof. Humiaki Huzita, il primo convegno  
Internazionale di  
“Origami, scienza e tecnologia”

Dal 2013 il

Centro Diffusione Origami

organizza convegni di

“Origami, dinamiche educative e didattica”.



Attualmente l'interesse del mondo scolastico (dalla primaria all'università) verso la piegatura della carta è notevole.

Esperti tengono corsi, laboratori e seminari per trasmettere questa tecnica che moltissimi insegnanti utilizzano regolarmente in classe con eccellenti risultati.

L'origami ha fatto in pochi decenni passi da gigante.

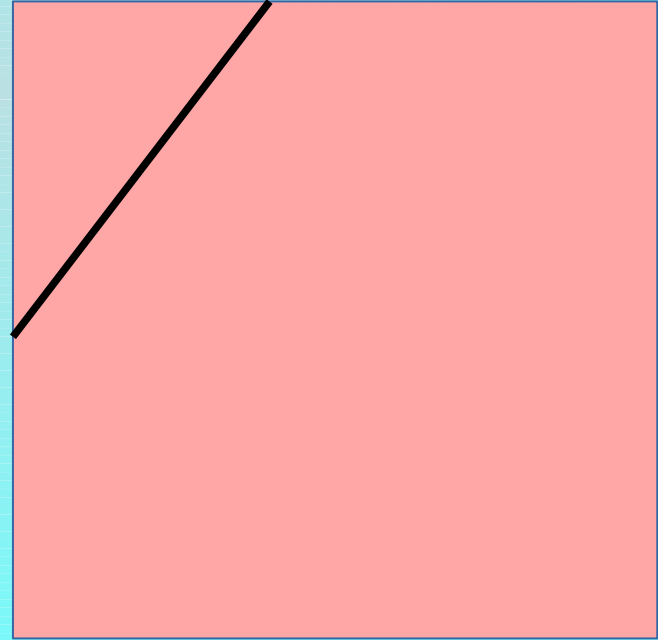
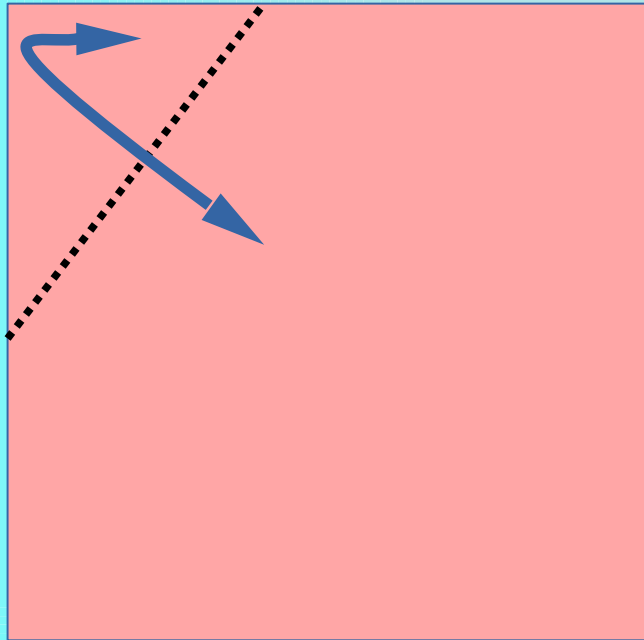
Le tecniche si sono raffinate ed evolute grazie al lavoro appassionato di molti cultori nel mondo di questa disciplina.

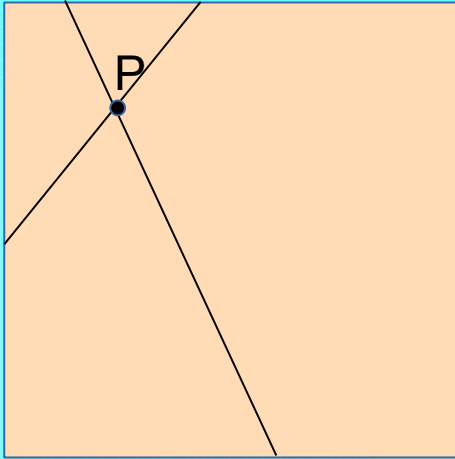
# Perché fare origami a scuola?

- Potenzia e sviluppa la coordinazione oculo-manuale e la motricità fine.
- Esercita la memoria e stimola la curiosità.
- Sviluppa la concentrazione e l'attenzione.
- Affina il senso estetico e sviluppa la creatività.
- Educa alla consequenzialità e a riflettere sulle proprie azioni.
- Sviluppa l'abilità a "vedere" in 3D con la mente.
- E molto altro ancora.....
- Ma soprattutto perché è un'attività **divertente e piacevole.**

La traccia di una piega è un segmento rettilineo.

Possiamo infatti considerarla come intersezione di due piani





Il punto (P) risulta essere l'intersezione di due pieghe.

Già questo ci fa capire che nell'origami è insita la geometria in quanto piegando la carta generiamo rette, punti, angoli, bisettrici, mediane, angoli retti, ecc....

Facendo origami facciamo consciamente o inconsciamente anche geometria.

# La geometria origami

Esiste una vera e propria “geometria origami” con i suoi sette assiomi (di Huzita – Hatori) e teoremi (che sono fondamentalmente procedure operative).

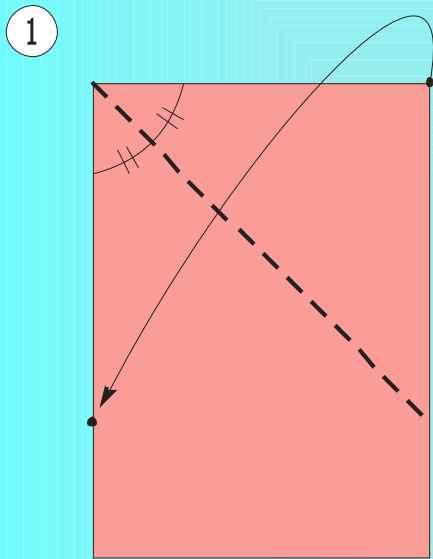
L'unico ente fondamentale è il foglio di carta (il piano”)

Uno di questi assiomi fa sì che questa geometria abbia una potenzialità superiore alla geometria euclidea in quanto con essa è possibile risolvere problemi di terzo grado, cosa notoriamente non possibile con i mezzi della geometria euclidea.

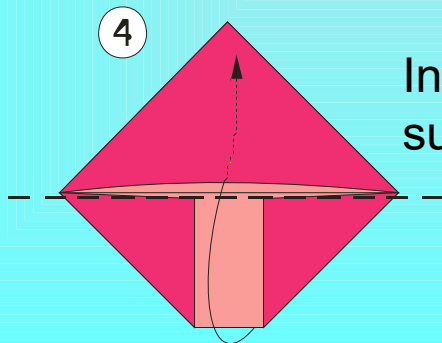
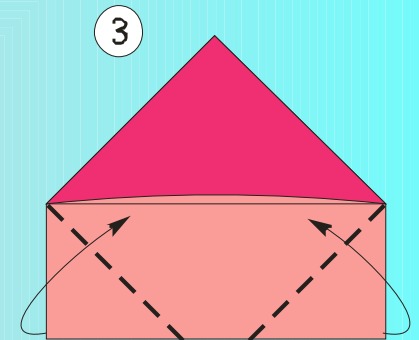
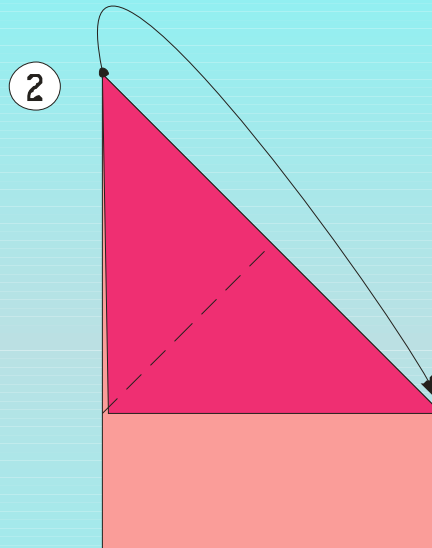
In bibliografia alcune indicazioni per chi fosse interessato ad approfondire questo argomento.

**Alcuni esempi  
applicativi...**

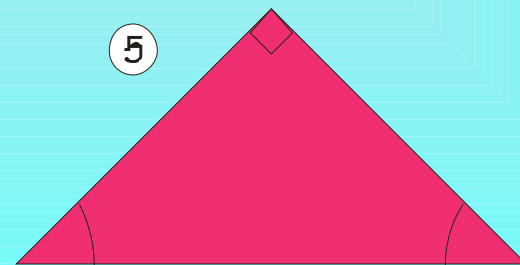
# Triangolo rettangolo isoscele / squadra 45°



A4 o equivalente



Inserire nella tasca superiore

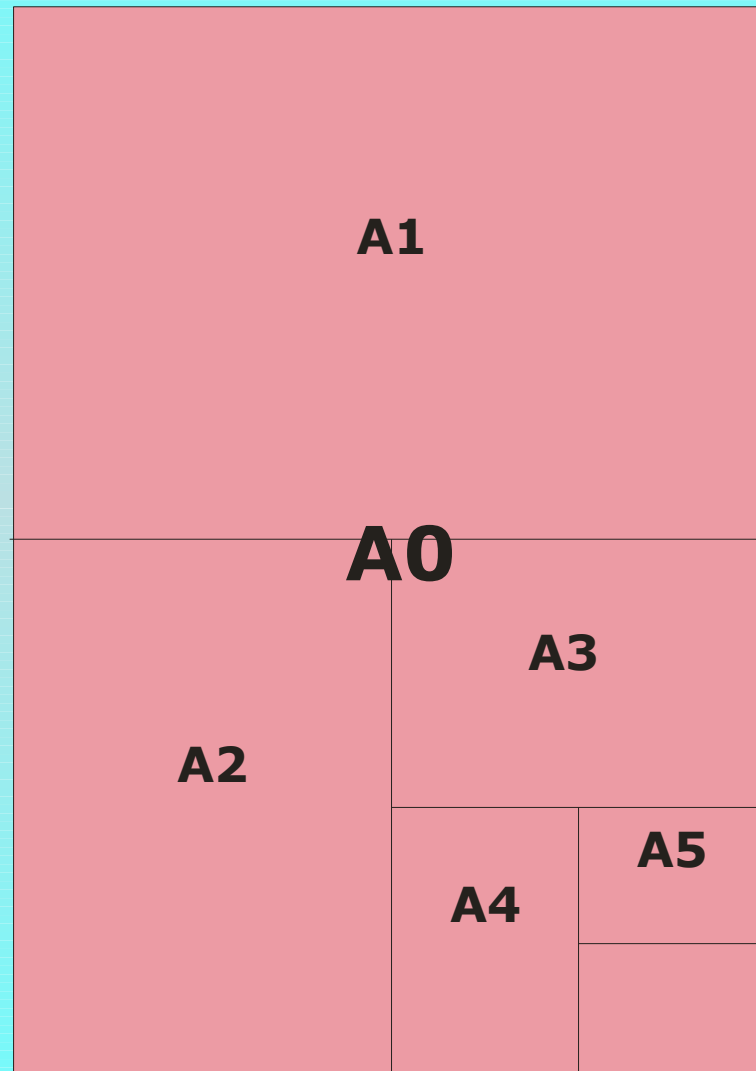


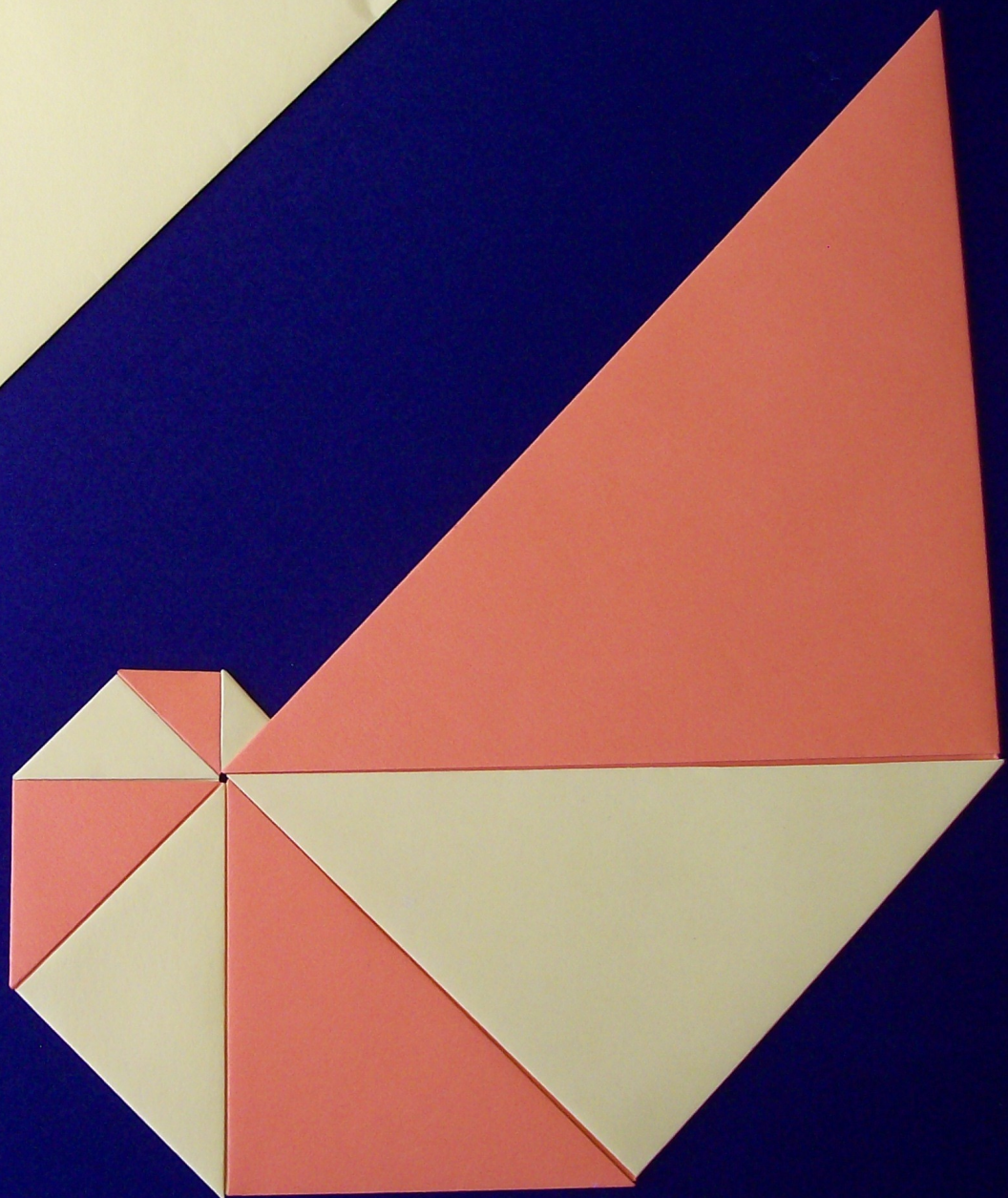
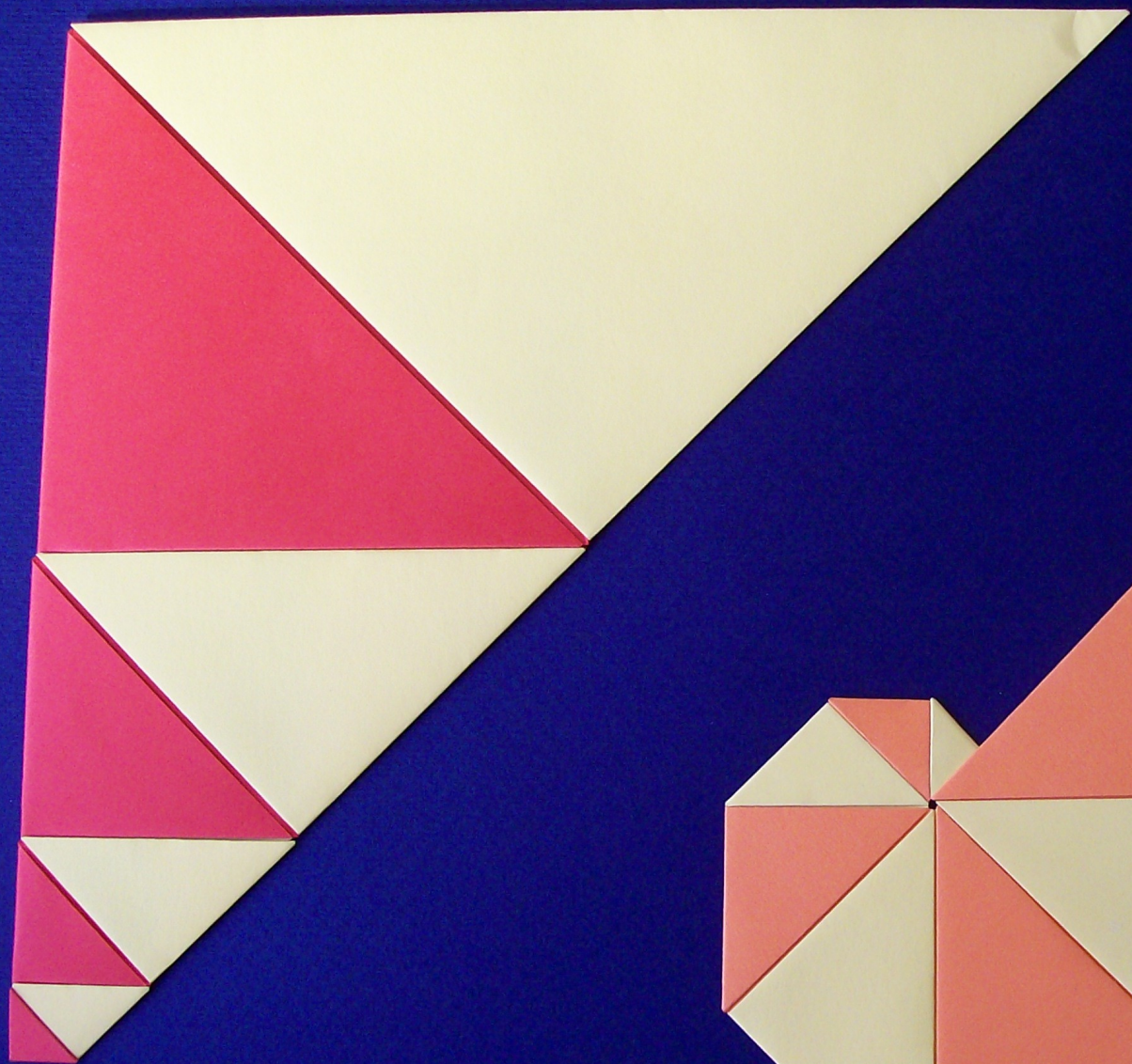


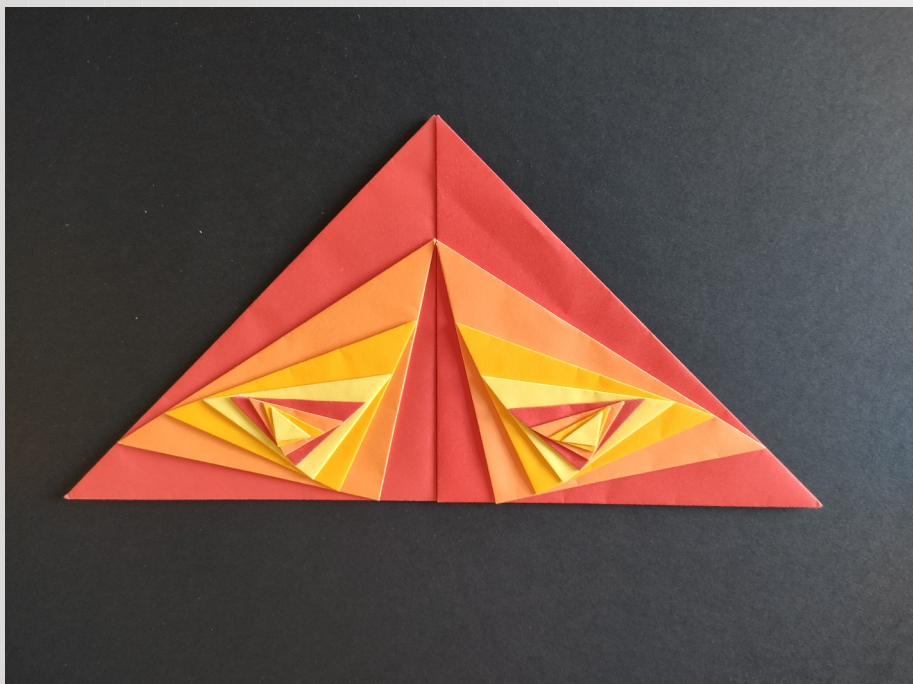
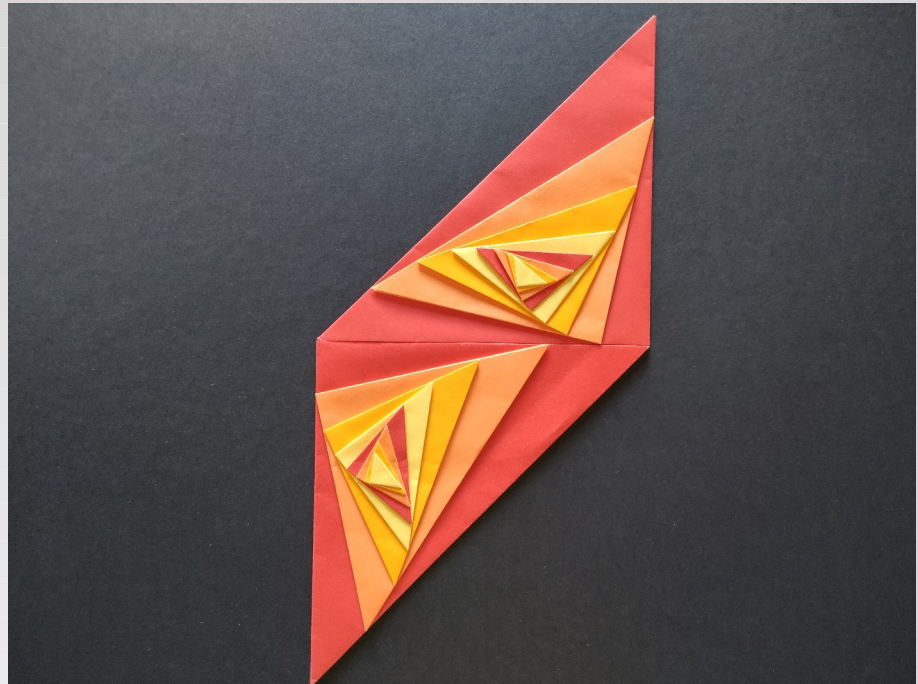
# Silver rectangle o rettangolo d'argento

Il rapporto fra lato maggiore e lato minore deve essere  $\sqrt{2}$ .

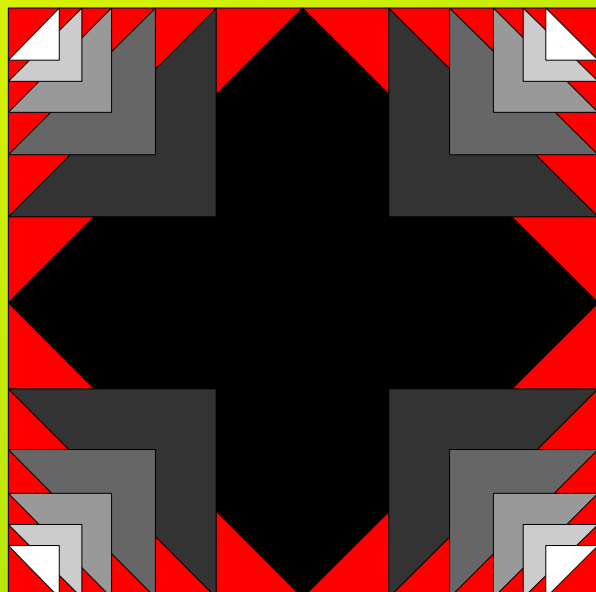
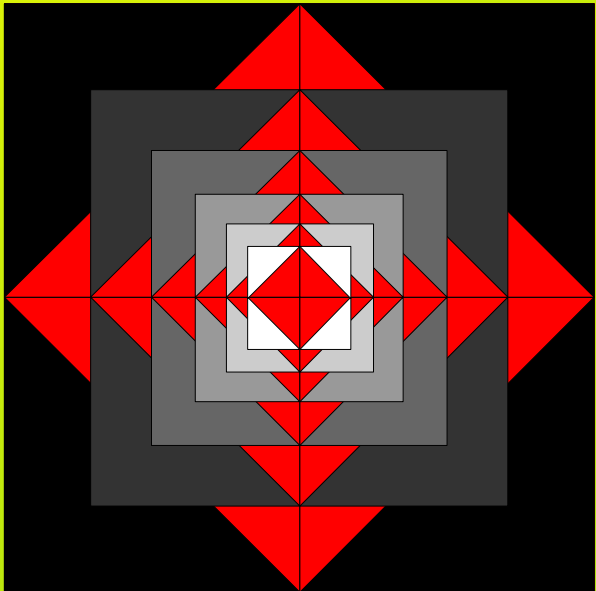
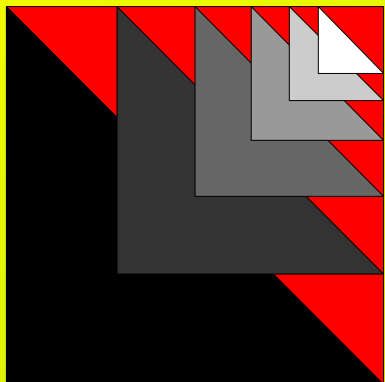
Replicando la procedura precedente con rettangoli Silver via via decrescenti possiamo ottenere forme di particolare interesse didattico (vedi pagine successive).



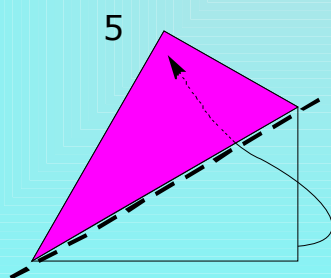
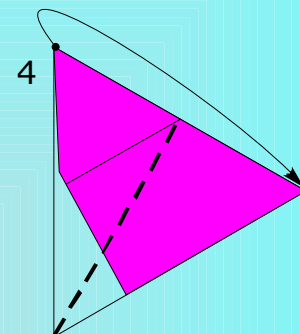
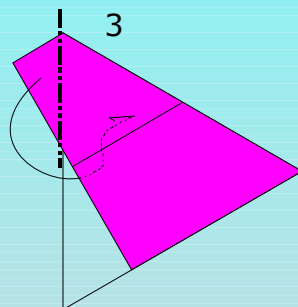
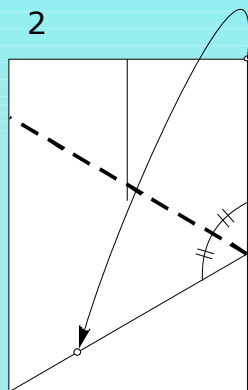
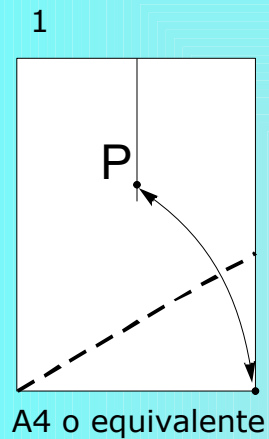




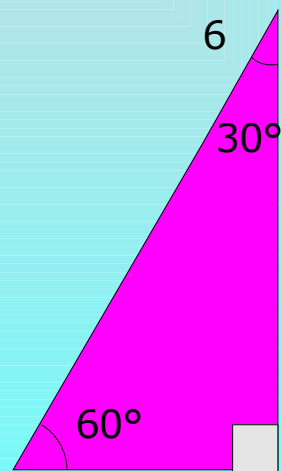
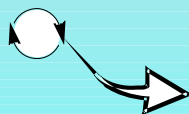




# Triangolo rettangolo 30°- 60°/ Squadra



Inserire l'aletta  
nella tasca

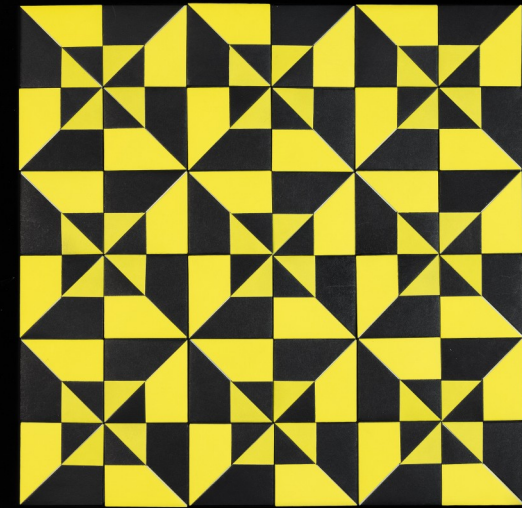
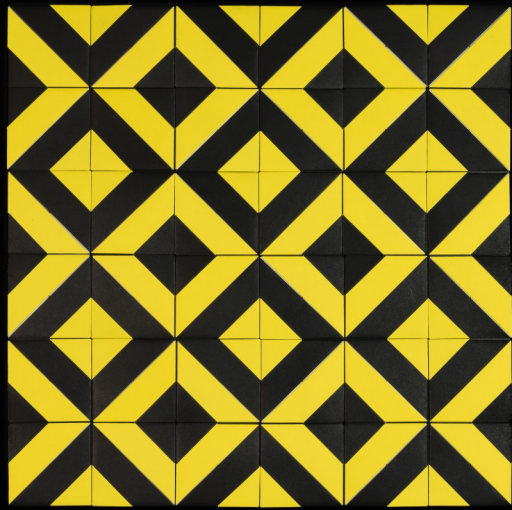


# Tassellazioni

Costruire tassellazioni è sicuramente un'attività stimolante per gli studenti in quanto: sviluppa il senso estetico ed artistico, il riconoscimento di figure e forme geometriche, la simmetria e le trasformazioni geometriche in generale, la ripetizione di motivi...

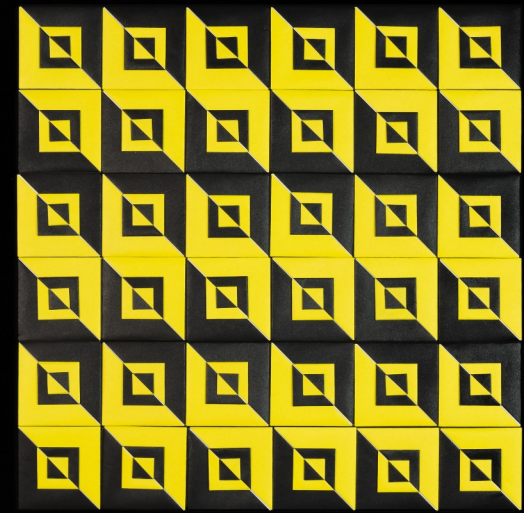
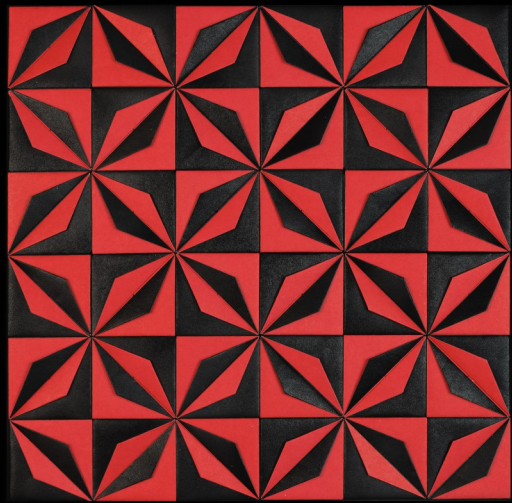
Fare tassellazioni con la tecnica origami si presta molto bene, in classe, al lavoro di gruppo.

# Tassellazioni modulari

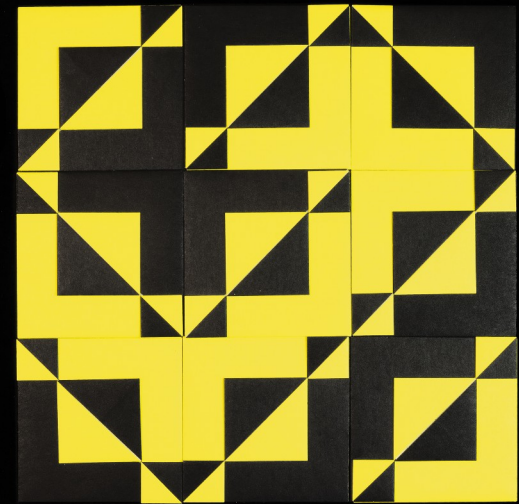
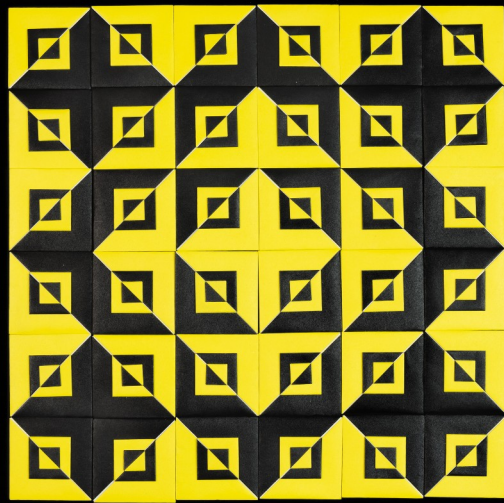


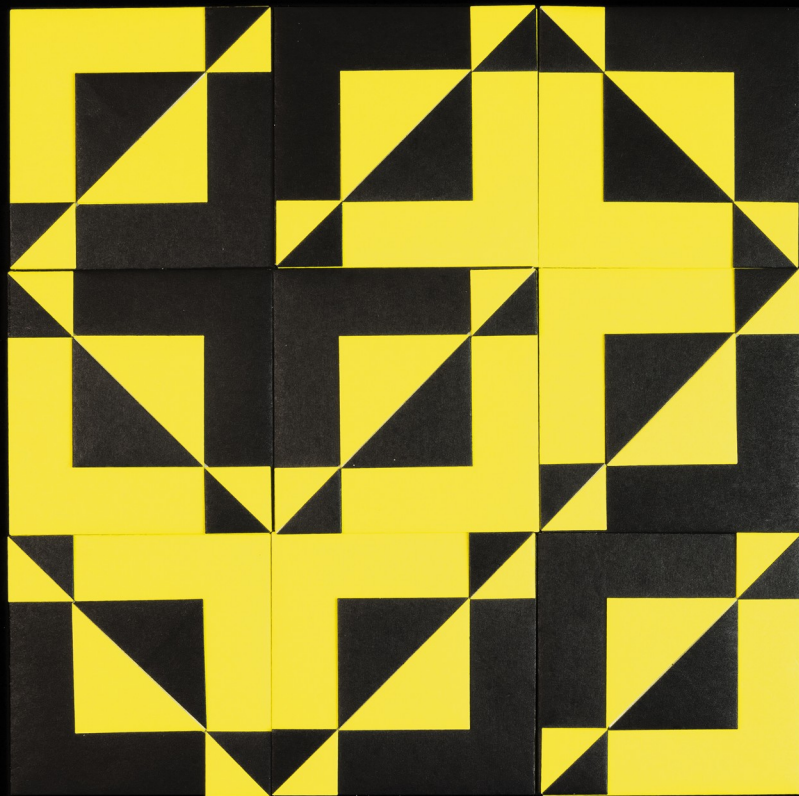


# Tassellazioni modulari

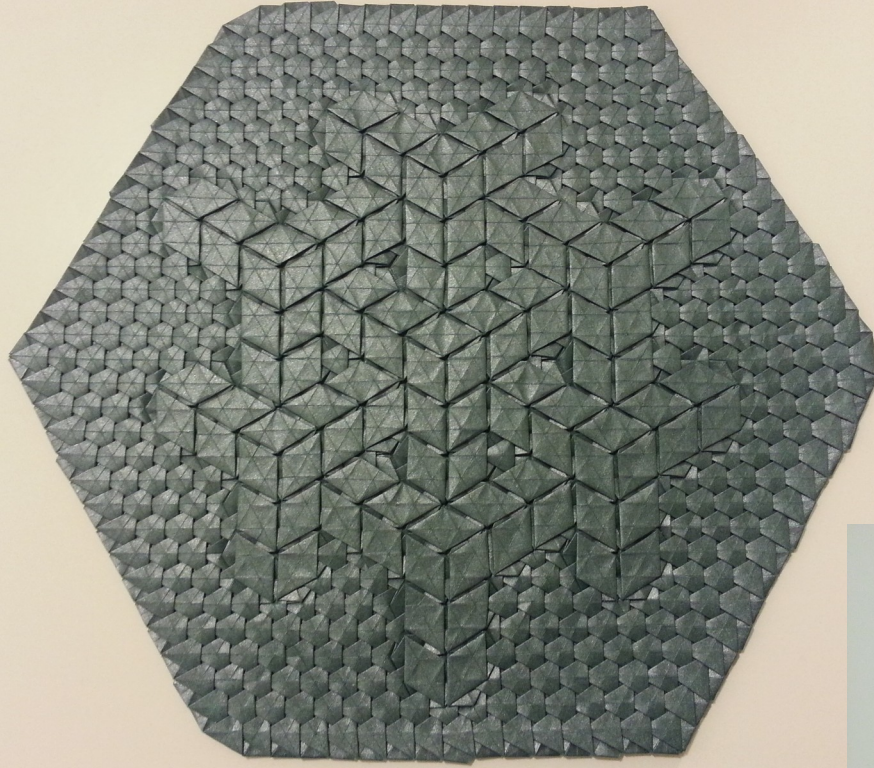


# Tassellazioni modulari

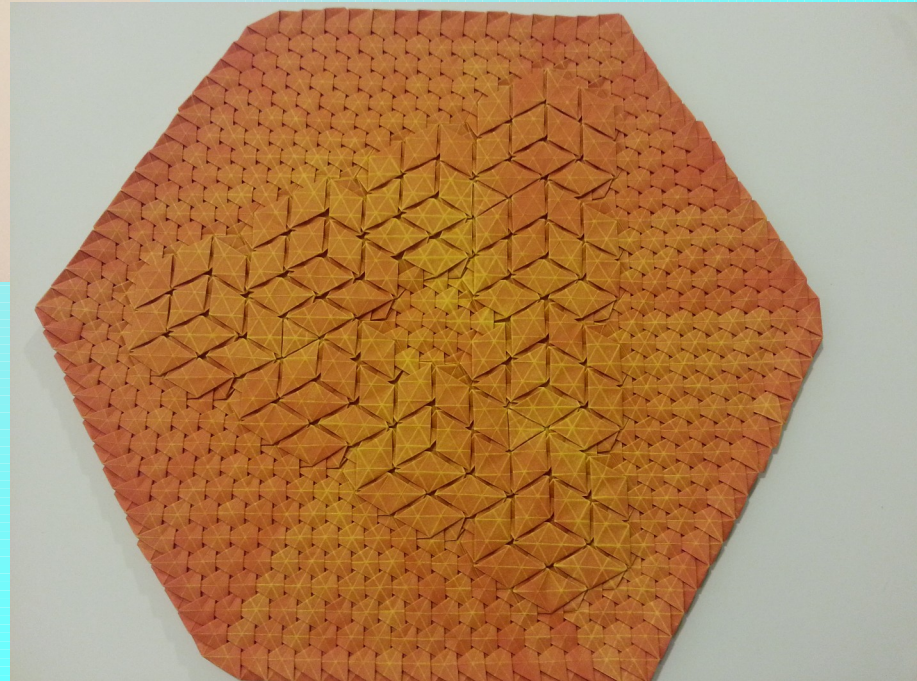


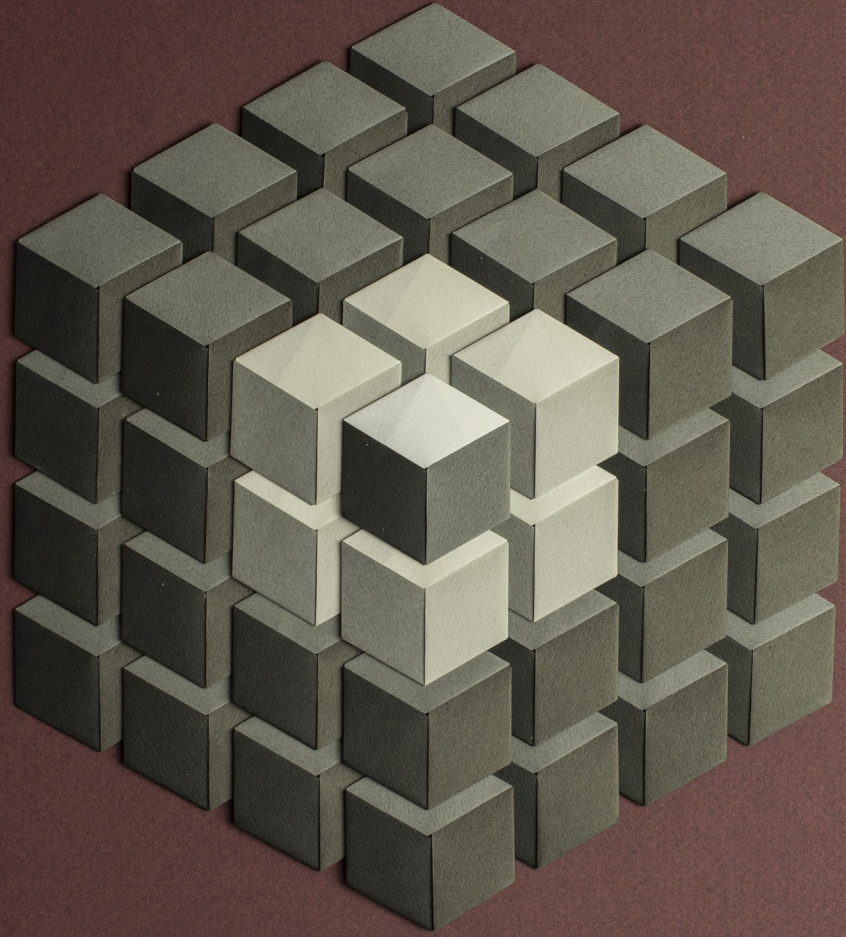


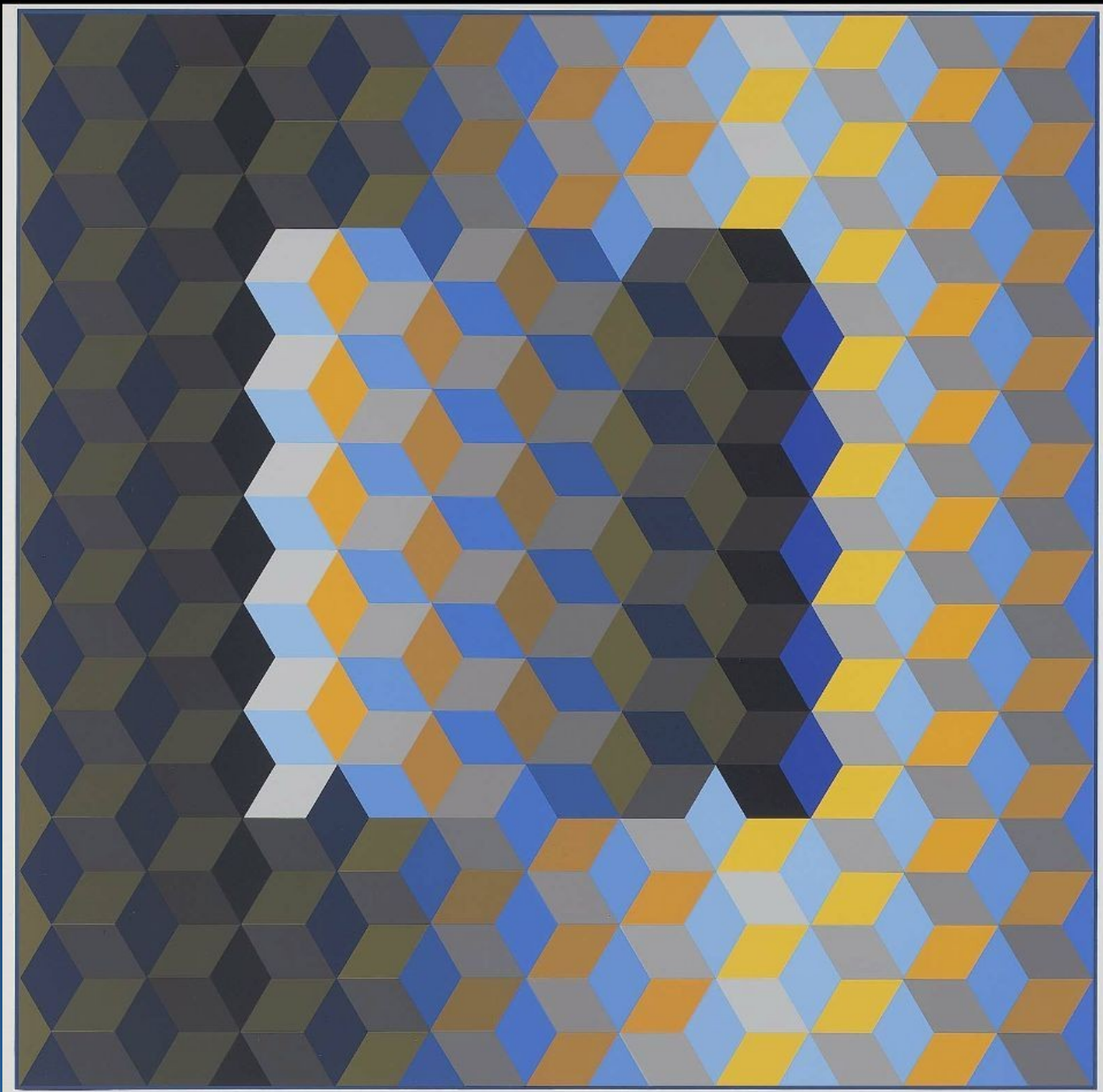
# Tassellazioni a foglio unico

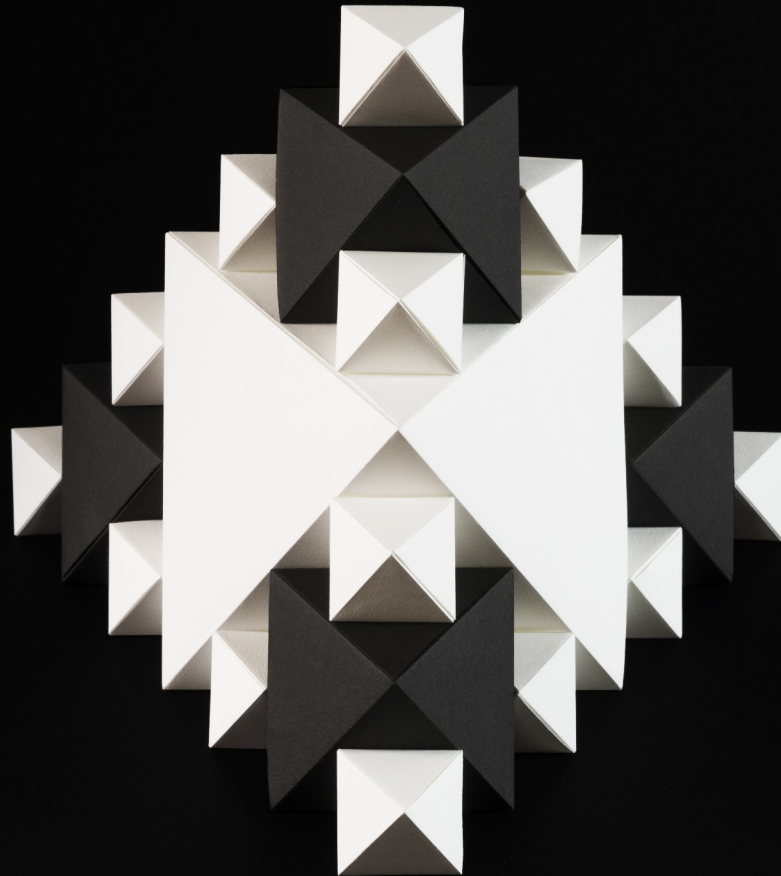


**Tassellazioni a foglio unico**  
Autore: Alessandro Beber

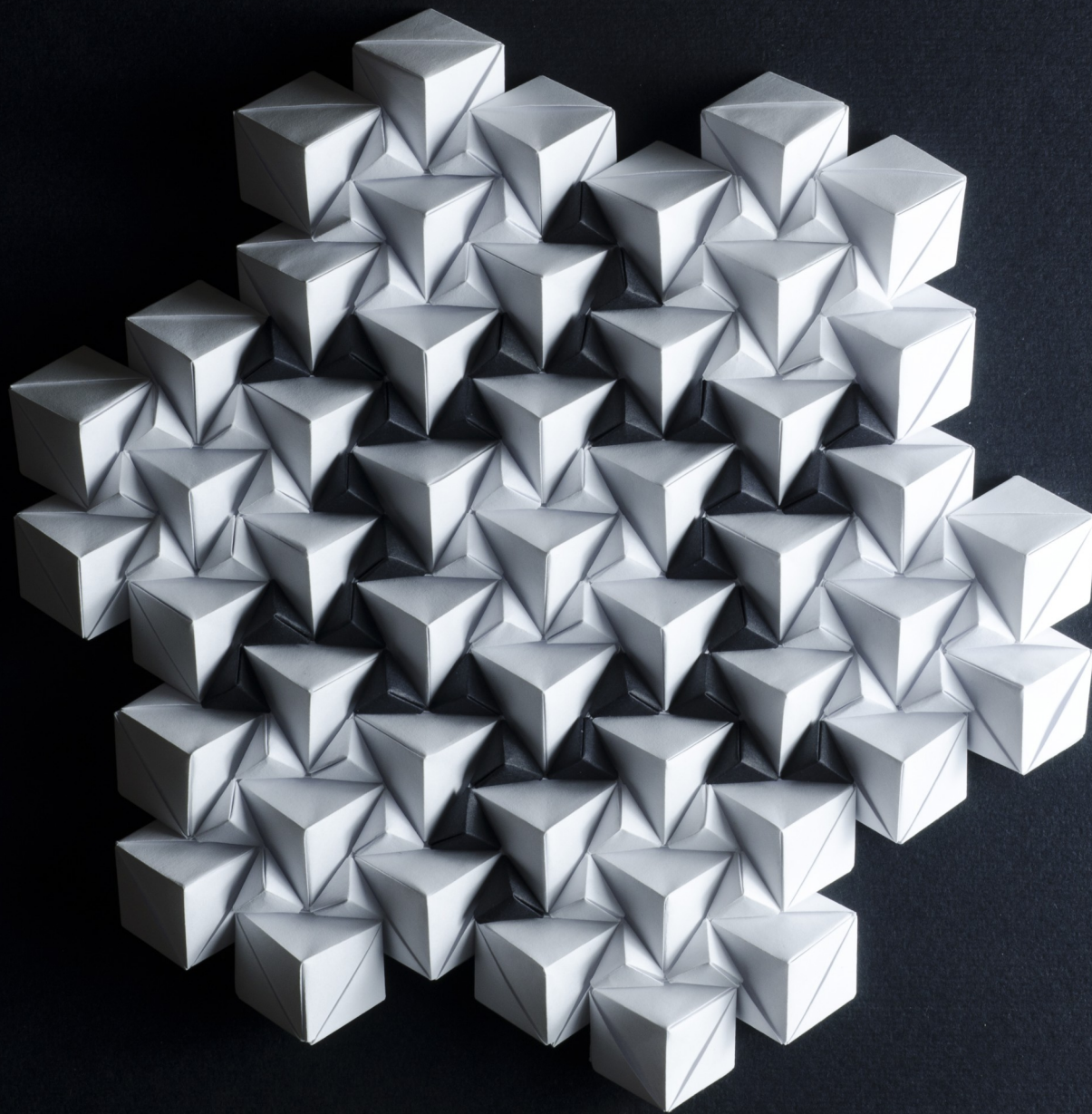








Piramide frattale di Sierpinski



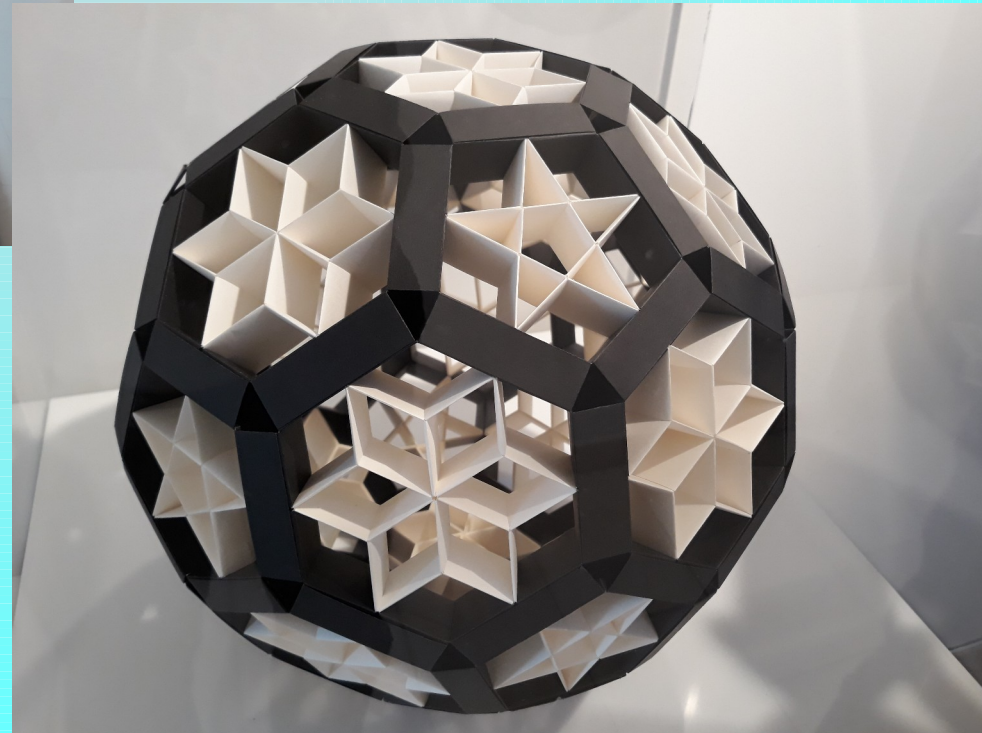
Cubei di Paolo Bascetta



# Origami con strisce di carta

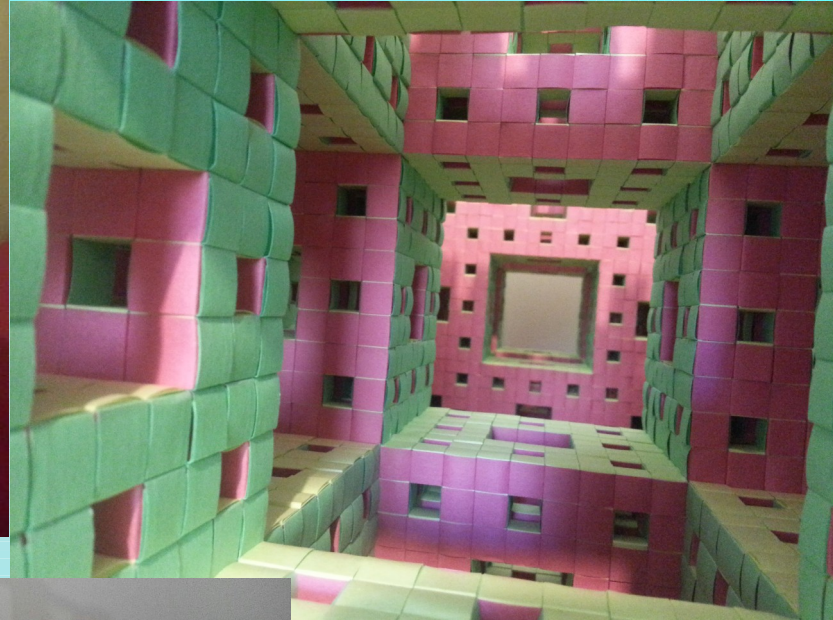


**Strutture geometriche  
complesse**  
Autore: Heinz Strobl



# Primo ed unico esemplare di "Spugna di Menger di livello 4"

Autore: Serena Cicalò

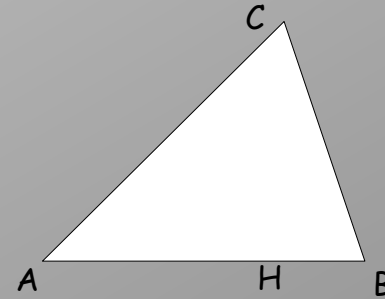


21 km di striscia  
di carta  
1 anno di lavoro

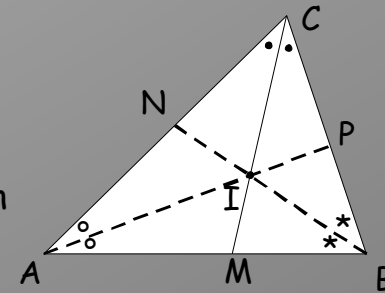
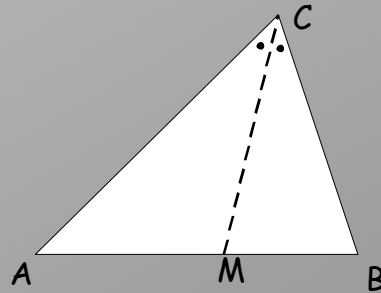
# **Punti notevoli di un triangolo**

# Incentro

Consideriamo un triangolo  $ABC$ .  
Le bisettrici degli angoli interni si incontreranno in un punto?  
Cerchiamolo tramite piegatura.

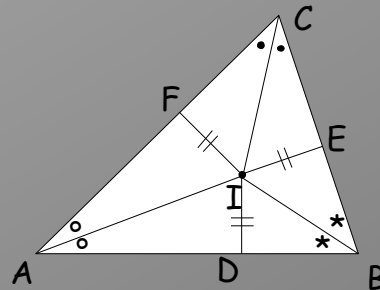


Pieghiamo, la bisettrice  $CM$ .  
Tracciamo anche le altre due bisettrici  $AP$  e  $BN$ .



In questo modo possiamo "vedere"  
che le bisettrici si incontrano in un  
punto!

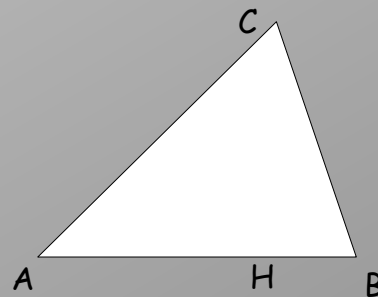
Pieghiamo le perpendicolari  $ID$ ,  
 $IE$ ,  $IF$  dal punto "I" ai lati del  
triangolo.



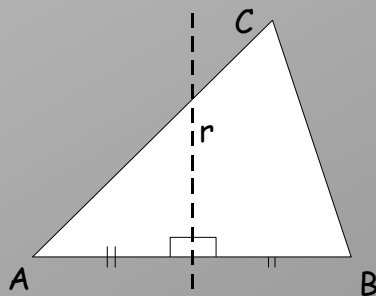
Piegando contemporaneamente le tre perpendicolari, "vediamo"  
che sono congruenti! Pertanto  $I$  è il centro del cerchio inscritto.

# Circocentro

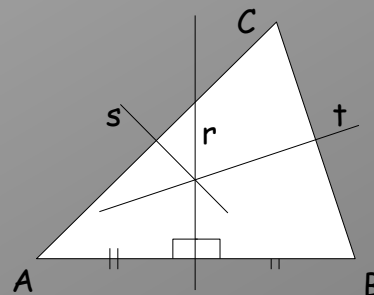
Consideriamo un triangolo  $ABC$ .  
Gli assi dei lati si incontreranno in  
un punto?  
Cerchiamolo tramite piegatura.



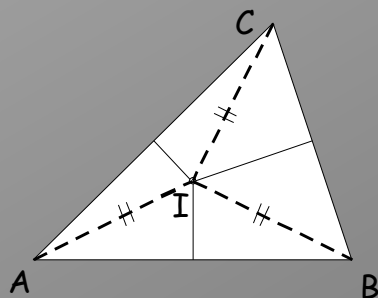
Pieghiamo, l'asse  $r$ . Tracciamo  
anche gli altri due assi  $s$  e  $t$



In questo modo possiamo "vedere"  
che gli assi dei lati si incontrano in  
un punto!



Costruiamo le pieghe  $IA$ ,  $IB$ ,  $IC$   
che congiungono il punto  $I$  con i  
vertici del triangolo.

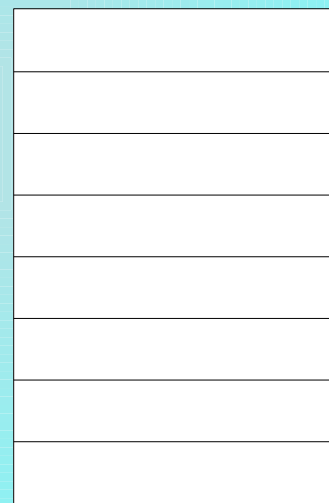


Piegando contemporaneamente queste ultime pieghe "vediamo"  
che i punti  $A, B, C$  si vengono a sovrapporre, quindi  $IA, IB, IC$  sono  
congruenti! Pertanto  $I$  è il centro del cerchio circoscritto.

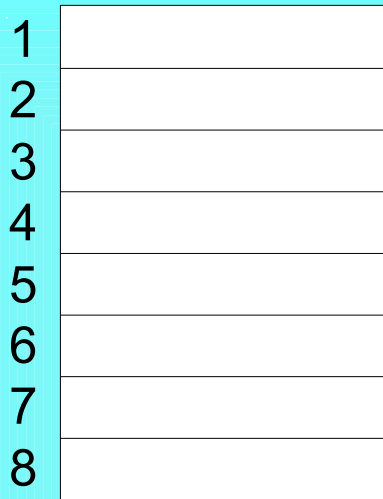
# Come dividere un foglio di carta in parti uguali?



La costruzione è semplice se si tratta di dividere in un numero di parti che sia potenza di 2.



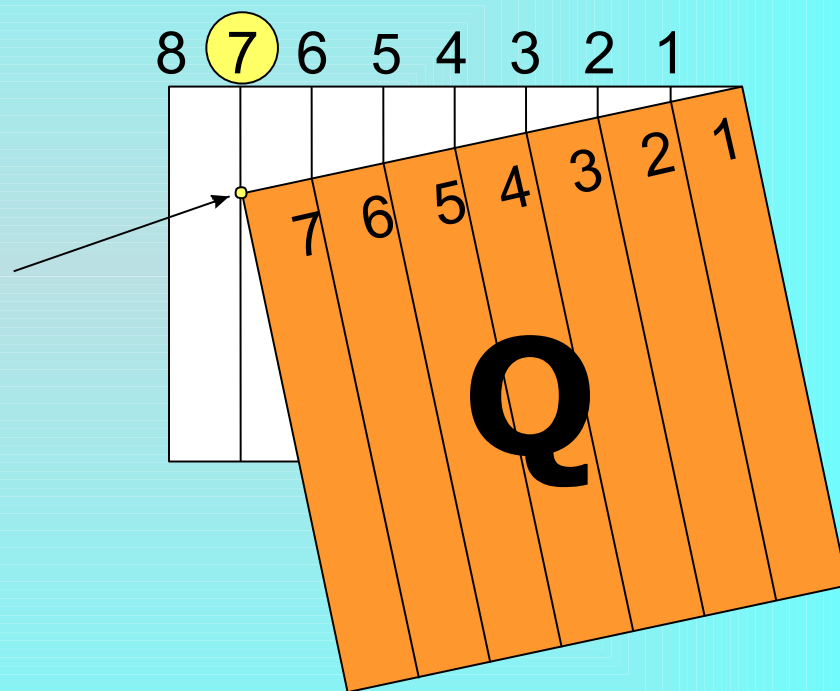
Ma se dobbiamo, ad esempio, dividere il foglio in 7 parti uguali come ci comportiamo?



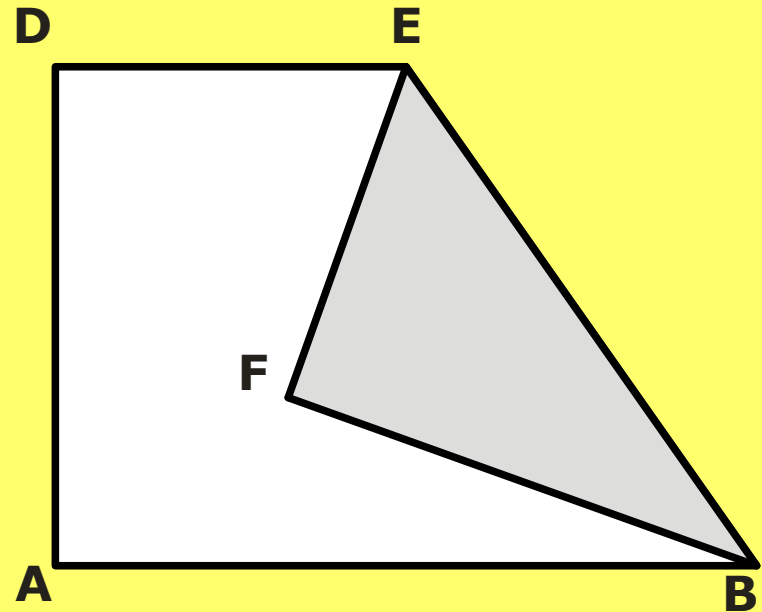
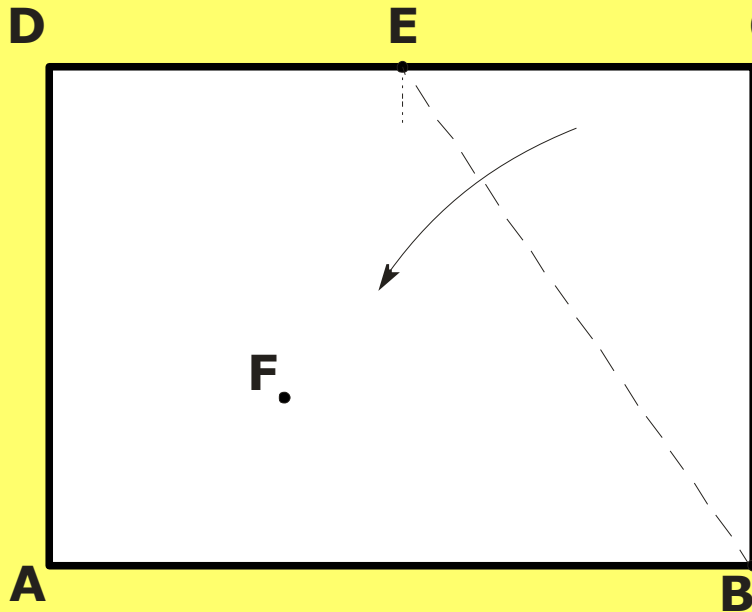
Prendiamo una "griglia" base prepiegata in un numero pari (più semplice secondo le potenze di 2) di parti uguali.

Facciamo sovrapporre un angolo del foglio da suddividere in 7 parti uguali ad un angolo della griglia e facendo in modo che l'altro angolo vada a toccare la 7<sup>a</sup> suddivisione.

Per il **Teorema di Talete**, il quadrato Q viene diviso, come desideravamo, in 7 parti uguali.



# Problema di K. Haga

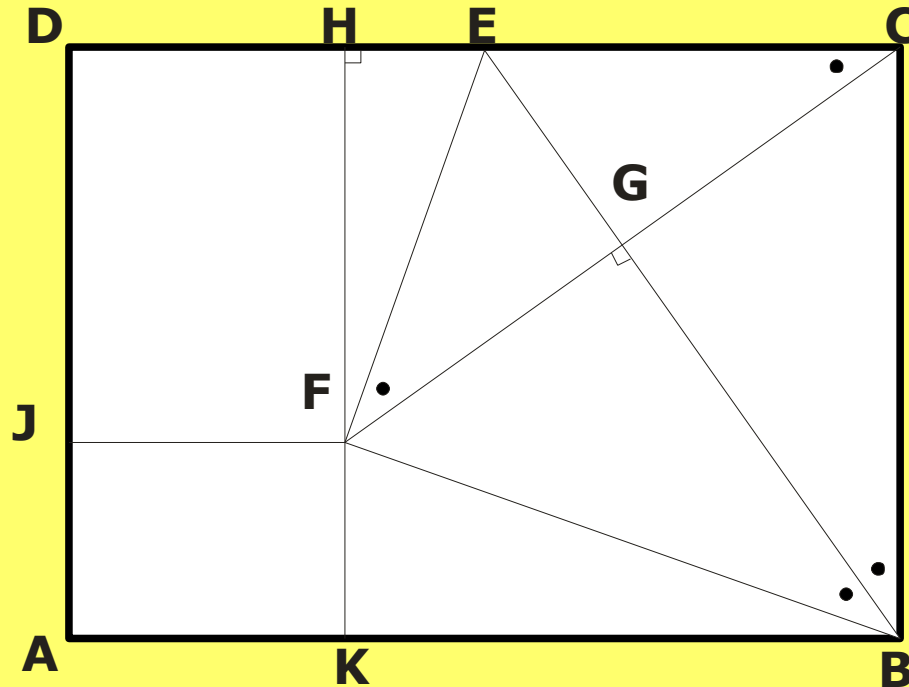


Piegare il foglio A4 (o similare) in modo che la piega passi per il Vertice B e il punto medio E del lato DC.  
Trovare la posizione del punto "F"

Tratto da: Kazuo Haga, *"Origamics"*  
"Mathematical Explorations through paper folding"  
Ed. World Scientific



# Risposta al problema di K. Haga

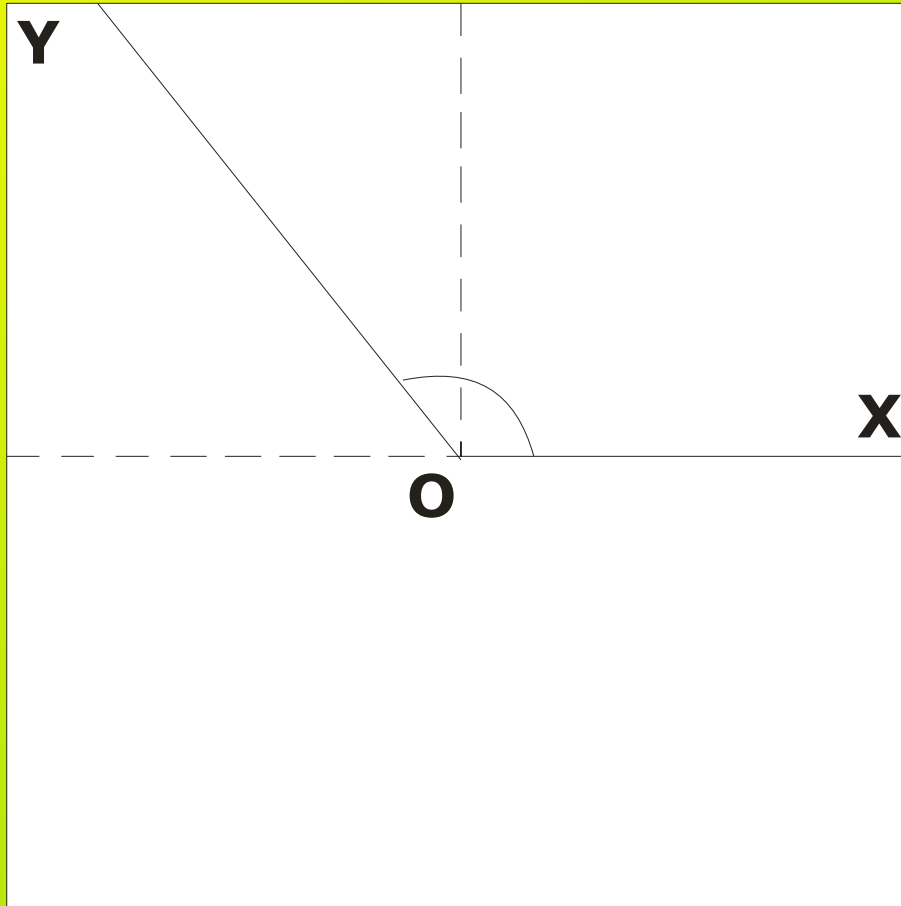


Dall'osservazione della figura si può desumere che i triangoli EBC, EGF, HFC sono simili. Dalla proporzionalità dei lati e ponendo  $BC = 1$ ,  $EC = \sqrt{2}/2$ , si ricava facilmente che  $KF = 1/3$  e  $JF = \sqrt{2}/3$

Il punto F pertanto permette di suddividere il foglio in 3 parti uguali su ciascun lato. Inoltre i rettangoli AKFJ e JFHD sono “silver rectangle” cioè “rettangoli d'argento” in quanto il rapporto fra il lato maggiore e il lato minore è  $\sqrt{2}$ .

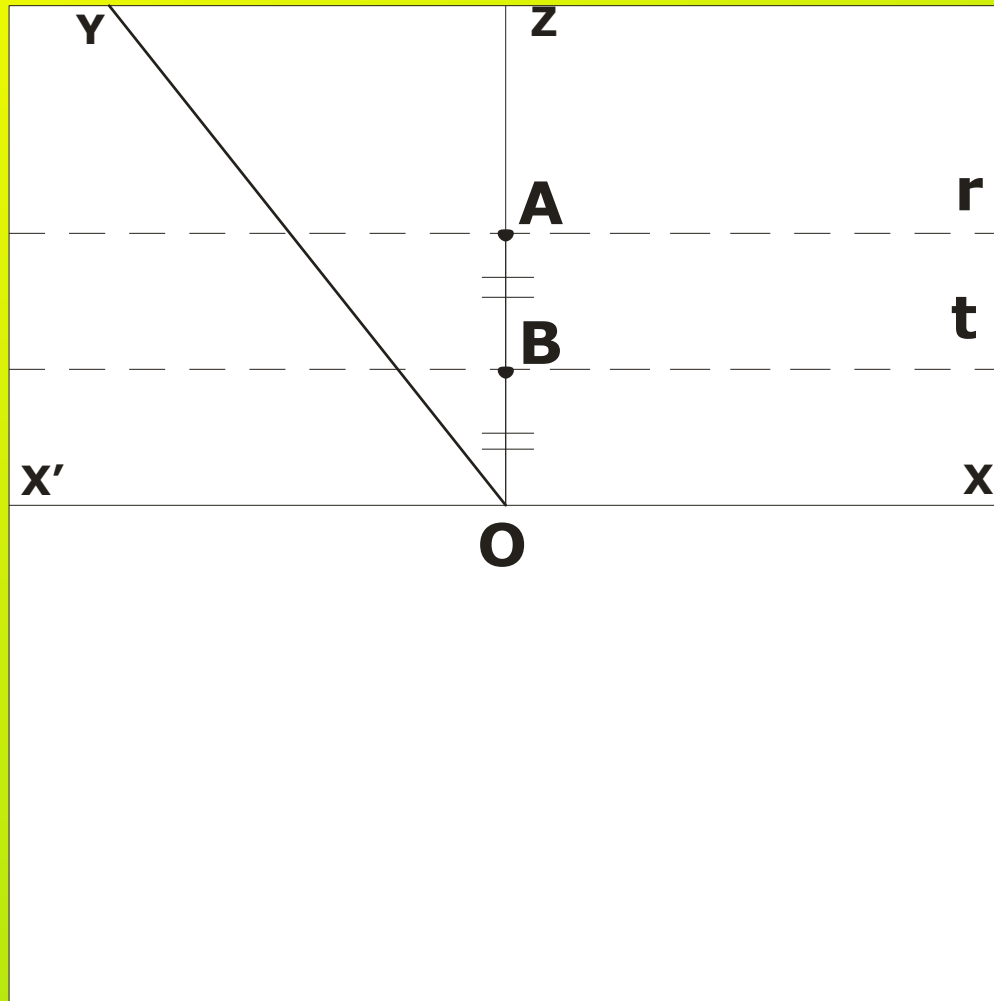
# Trisezione di un angolo

Metodo di H. Abe

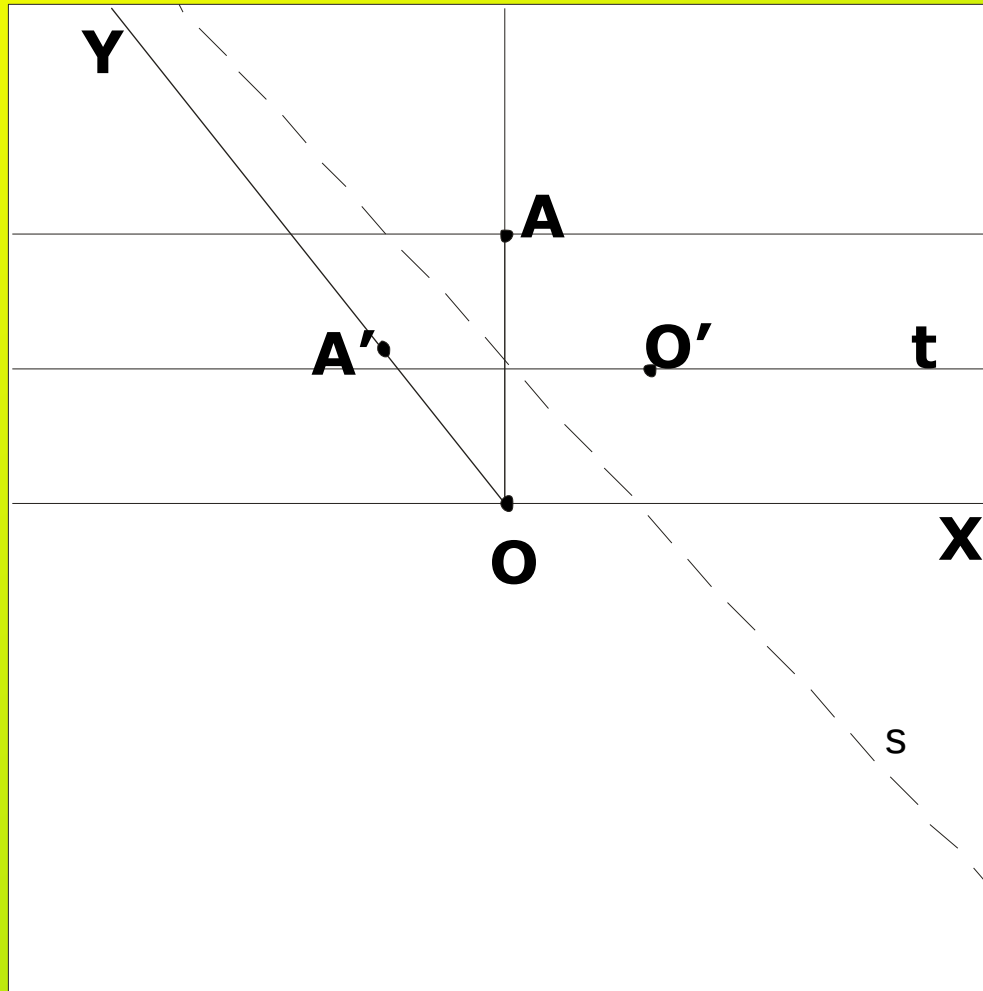


Sia  $\hat{XOY}$  l'angolo da trisecare

Tratto da "Scienza e gioco"  
Ed. Sansoni, 1986

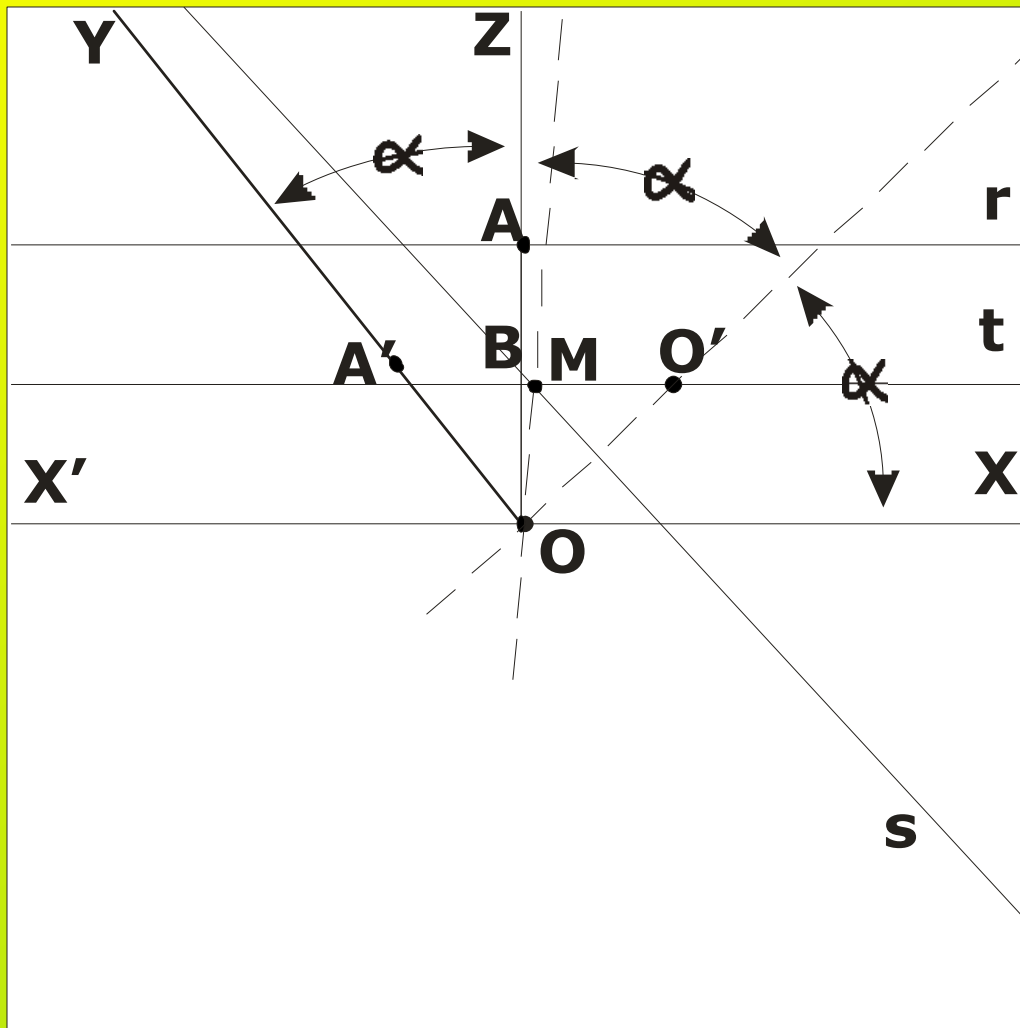


**Scegliere su  $OZ$  un punto  $A$  e piegare la parallela  $R$  ad  $XX'$  per  $A$ . Poi la retta  $t$  asse di  $AO$ .**



Piegare lungo la linea "s" in modo che  $A$  vada su  $OY$  ed  $O$  sulla  $OX$  contemporaneamente.

Questa piega si può fare o usando carta traslucida o tenendo il foglio di carta in controluce.

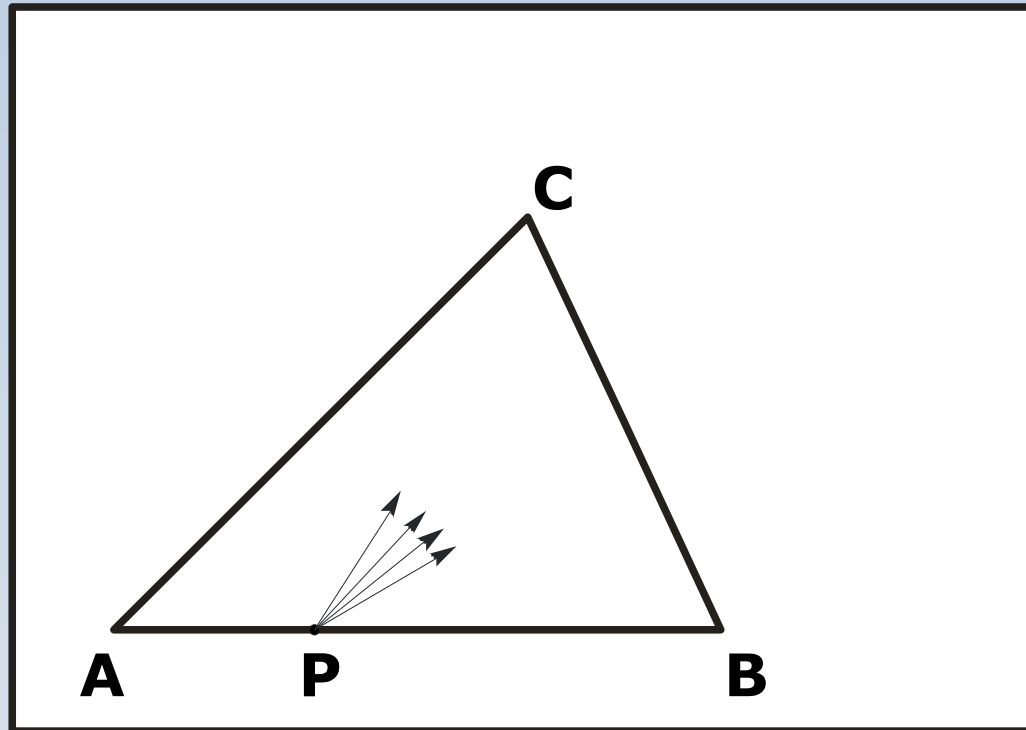


La retta  $OO'$  trisecca l'angolo dato  $XOY$  cioè l'angolo  $XOO' = 1/3 XOY$ .

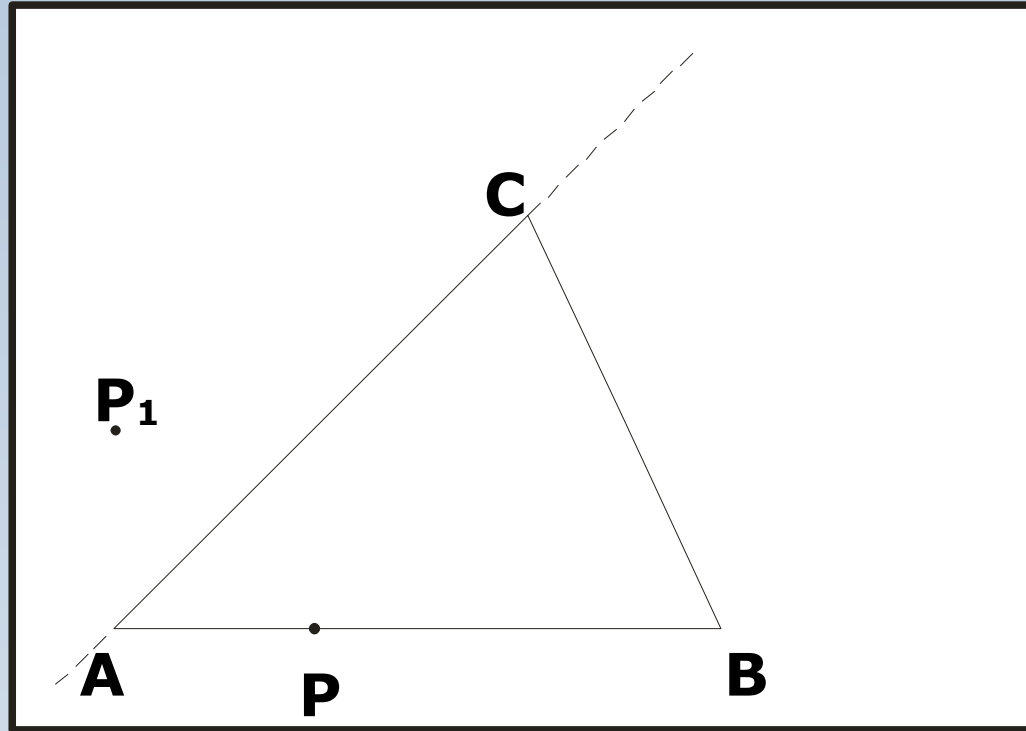
La dimostrazione è nel file PDF allegato.

# Problema

“Dato un punto  $P$  sul lato  $AB$  del triangolo  $ABC$ , in quale direzione sarà “lanciato”  $P$  in modo che, rimbalzando sui lati  $BC$  e  $CA$ , come in un biliardo, torni al punto di partenza?”

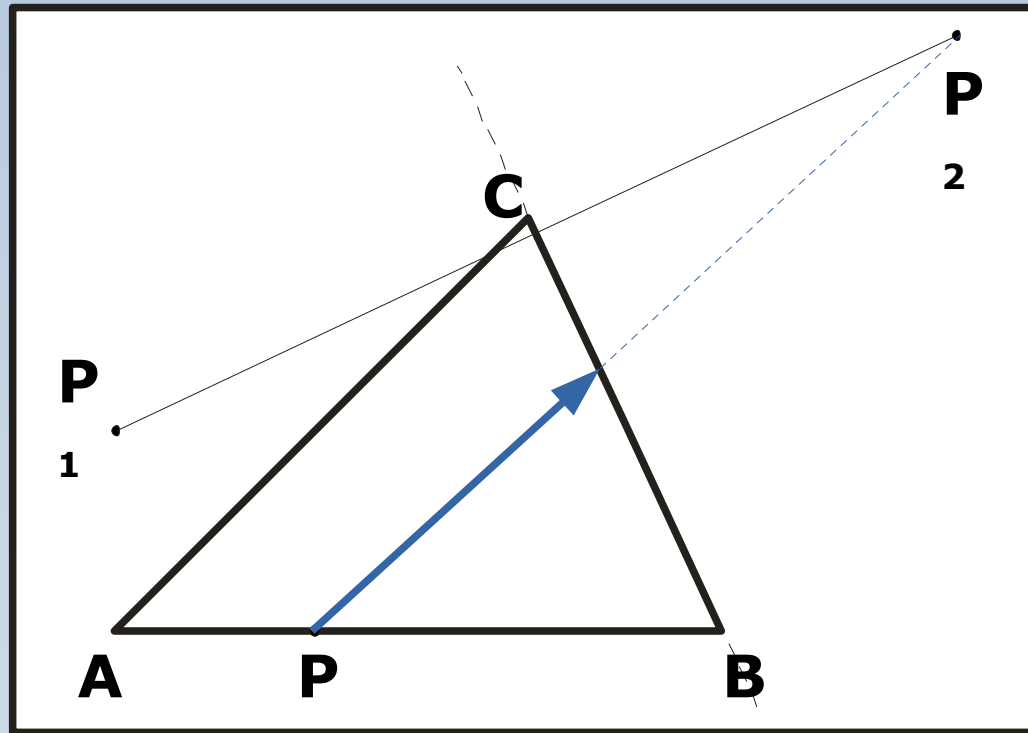


Disegnare sul foglio rettangolare un triangolo e scegliere  
Sulla base  $AB$  un punto  $P$  a piacere



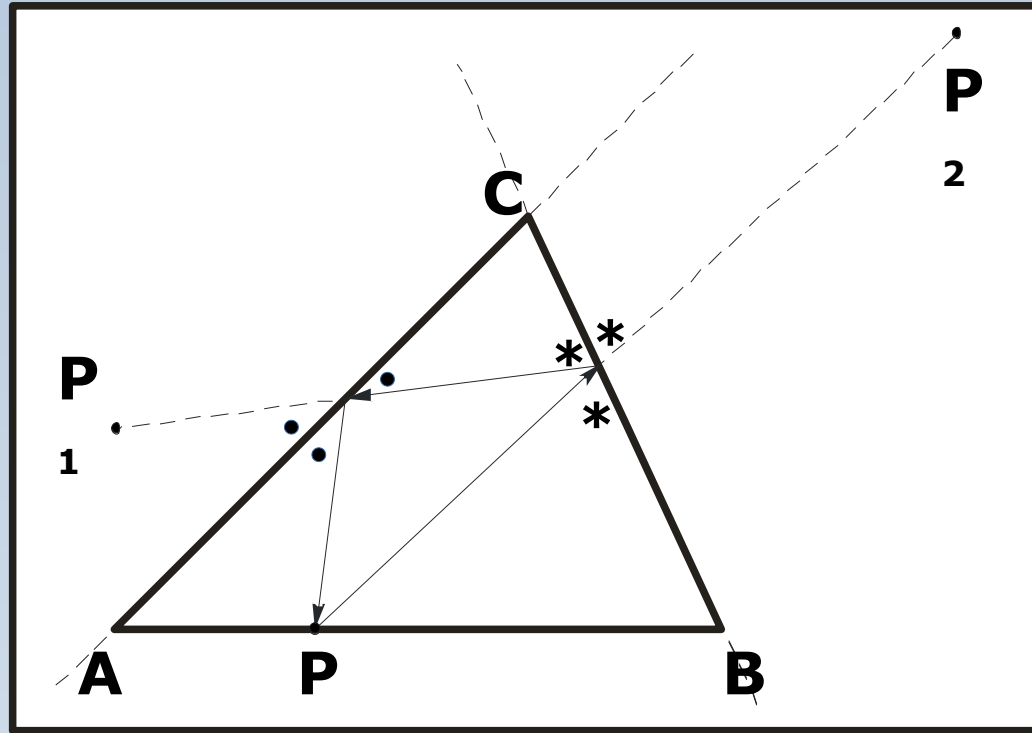
Per stabilire quale direzione dovrà prendere P si può procedere nel seguente modo:

Fare una piega che passi per A e per C e trovare il simmetrico di A rispetto a questa retta. Sia questo punto  $P_1$ .



Fare una piega che passi per B e per C e trovare il simmetrico di  $P_1$  rispetto a questa retta. Sia questo punto  $P_2$ . Il segmento  $PP_2$  ci dà la direzione cercata.





Dall'uguaglianza degli angoli in figura si deduce la correttezza della direzione scelta.



**CENTRO DIFFUSIONE ORIGAMI**

<https://www.origami-cdo.it/>

Associazione fondata nel 1978 da Roberto Morassi e Giovanni Maltagliati

**organizza**

**Sesto Convegno Italiano su  
“Origami, Dinamiche educative e Didattica”  
a Pisa il 31 marzo, 1 e 2 aprile 2023**

## **Bibliografia e sitografia**

Paolo Bascetta "Origami", Ed. Sigem 2010

Paolo Bascetta "Arte in piega", Ed. Sigem 2018

Paolo Bascetta "Trasparenze", Amazon 2020

Paolo Bascetta "Creatività modulare", Amazon 2020

<http://www.paolobascetta.com>

<https://www.instagram.com/paolo.bascetta>

<https://www.facebook.com/paolo.bascetta>

<http://www.youtube> (Canale di Paolo Bascetta)

<https://youtu.be/3E12uju1vgQ>

<https://www.youtube.com/watch?v=Dg2XLtUJQFM>

- AA.VV. "Top Origami", Sanrio, Ed, Giapponese.
- AA.VV. "Origami Science and Tecnology" Ferrara 1989.
- AA.VV. "Pliages et mathematiques" Le dossier du Plot septembre 1985.
- Beutelspacher A. Wagner M. "Piega e spiega la matematica" Ponte Alle Grazie.
- Canovi L. "Origami e Geometria", La Casa Verde, Verona.
- Canovi L. "Il libro dei rompicapo" (Sezione Origami), Sansoni, Firenze.
- Canovi L. Origami (Atti Convegno "Scienza e Gioco", Sansoni, Firenze, pagg. 311-320.
- Canovi L. Origami (Contro Mossa 1983-1986), Arci.
- Canovi L. Origami e Geometria (Atti Convegno "Gioco e Matematica"), Cappelli, Bologna.
- Cundy H.M. Rollett A.P "I Modelli matematici" Feltrinelli, Milano 1974.
- Cunliffe j. "The Silver Rectangle" Booklet n. 21 British Origami Society (BOS).
- Fujimoto S. "Twist Origami" (Vol. 1° e 2°) Edizione giapponese.
- Fujimoto S. "Invito al gioco dell'origami" Edizione giapponese.
- Fujimoto S. " Origami tridimensionale" Edizione giapponese.
- Fuse T. "Origami Modulare" Edizione giapponese
- Fuse T. "Unit Origami", Edizione giapponese.
- Gardner M. "Enigmi e giochi matematici" 5 Volumi, Sansoni.
- Geretschlager R. "Euclidean Constructions and the Geometry of Origami"  
Mathematics Magazine Vol 68 n. 5 pag 35
- Gherzi I. "Matematica dilettevole e curiosa" Hoepli.
- Haga K. "Origamics" World Scientific.
- Hilton P.-Pedersen J. "Approximating any regular polygon by folding paper"  
Mathematics magazine Vol 56 n. 3 pag. 141
- Huzita H. "Axiomatic development of origami geometry" (Origami Scienze & Technology) 1989.
- Huzita H. "Relazione al 2° Convegno di Scienza Origami e Tecnologia", non pubblicata.
- Jackson P. "Flexagons", Booklet n.11 B.O.S.
- Jesus H. "Matematicas y papiroflexia", Asociacion Espanola de Papiroflexia, Madrid.
- Justin J. "Matematics of Origami" B.O.S. nn. 110-118.
- Kasahara K. "Origami Omnibus" Japan Publications 1988.
- Mendes France M "Piegatura della carta" in Scienza e gioco, Sansoni, Firenze, pagg. 28-35.
- Smith J.S. "Notes on Origami and Mathematics", B.O.S.
- Smith J. S. "Pattern in Paper", Booklet n. 32 B.O.S.
- Sundara-Row "Geometric exercises in Paper Folding" Dover.
- Thoky Yenn "Orikata" Booklet n. 13 B.O.S.
- María Belén Garrido Garrido "Orisangakus", Real Sociedad Matemática Española 2015
- Stella Riccotti "Geometria y origami", Homo Sapiens 2010

Grazie a tutti  
per  
la cortese  
attenzione

e...Buon lavoro in  
classe