Università di Roma
Tor Vergata

Scienza araba, algebra, didattica

Franco Ghione

Baghdad

(La città della pace)

Costruita in tre anni dal califfo Giafar al-Mansūr (VIII secolo)

Egli [al-Manṣūr] ha scritto a tutti i paesi perché inviino artigiani e muratori, e ha ordinato che vengano scelti uomini eminenti, giusti, informati in giurisprudenza, onesti e che conoscano la geometria.

Baghdad

(La città della pace)

Costruita in tre anni dal califfo Giafar al-Mansūr (VIII secolo)

La straordinaria Stanza dell’Albero all’interno del palazzo del califfo viene descritta dallo storico al-Khatib (XI secolo)

La casa della sapienza

Istituita a Baghdad dal califfo al-Ma'mūn (830 d.C.)

Diventa il centro culturale
di tutto l'immenso impero arabo.

Lo storico antico al-Nadīm (X secolo)
narra di un incontro in sogno
di al-Ma'mūn con Aristotele.

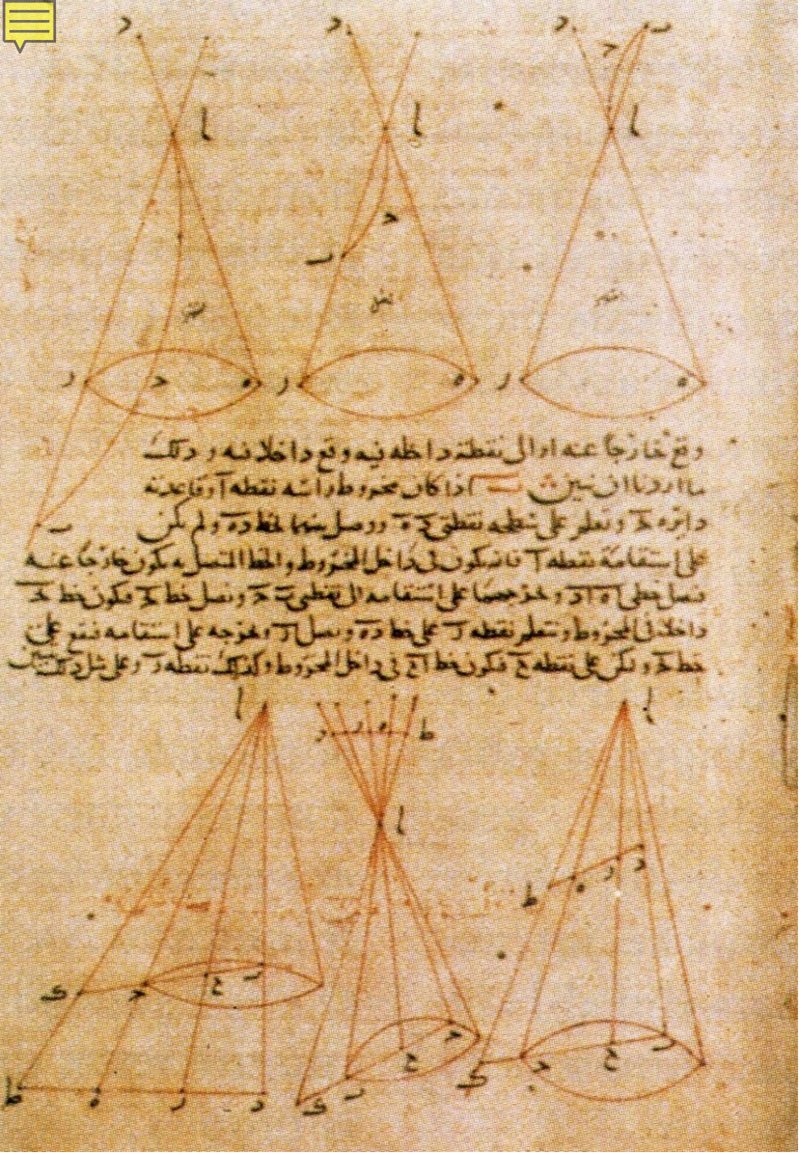
Qustā ibn Lūqā (IX secolo)
Frontespizio della *Misura del cerchio*
di Archimede - Codice del IX secolo (Istanbul)

Traduzioni
(IX secolo)

Euclide: *Elementi* (tradotto più volte)
Ottica
Data

Archimede: *La sfera e il cilindro*
L'equilibrio dei piani
La misura del cerchio

Tolomeo*:* *Almagest* (tradotto più volte),
Ottica
Geografia
Planetarium



Thābit ibn Qurra (IX secolo)
Una pagina di un codice contenete
le coniche (Istanbul, Topkapi Library)

Traduzioni

(IX secolo)

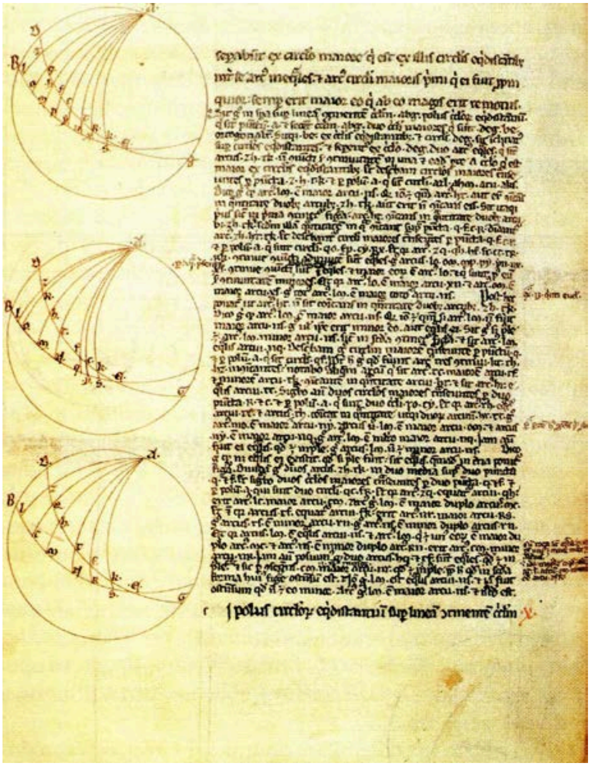
Apollonio: *Coniche*
Degli 8 libri di cui parla Pappo vengono tradotti in arabo i primi 7.
In greco ci restano i primi 4
editati con commenti da Eutocio

Diofanto: *Aritmetica (13 libri di cui 6 in greco)*
Vengono tradotti 7 libri : i primi 3 corrispondono all'originale greco mentre mentre i libri IV,V,VI dell'edizione greca sembra non siano stati tradotti

Erone
Teodosio
Menelao
Aristarco di Samo

Traduzioni dall'arabo al latino

(in Spagna, Portogallo, Sicilia XII secolo)

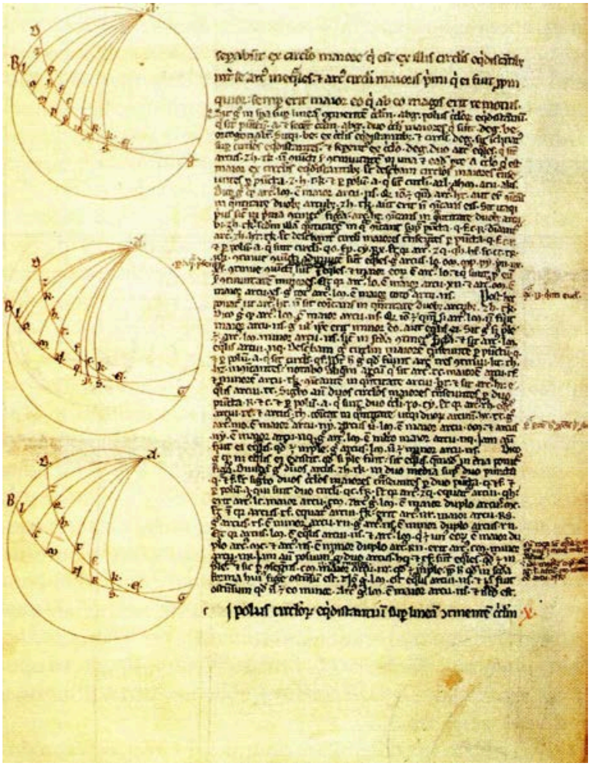


Una traduzione dall'arabo al latino delle *Sphaerica* di Teodosio
Da un codice arabo del XIII secolo (Oxford)

Inizia un gigantesco lavoro di traduzioni in latino di opere greche (e non solo), a partire dall'arabo.
Vengono tradotti testi di
filosofia, logica, astronomia, medicina, ottica e matematica.

Traduzioni dall'arabo al latino

(in Spagna, Portogallo, Sicilia XII secolo)

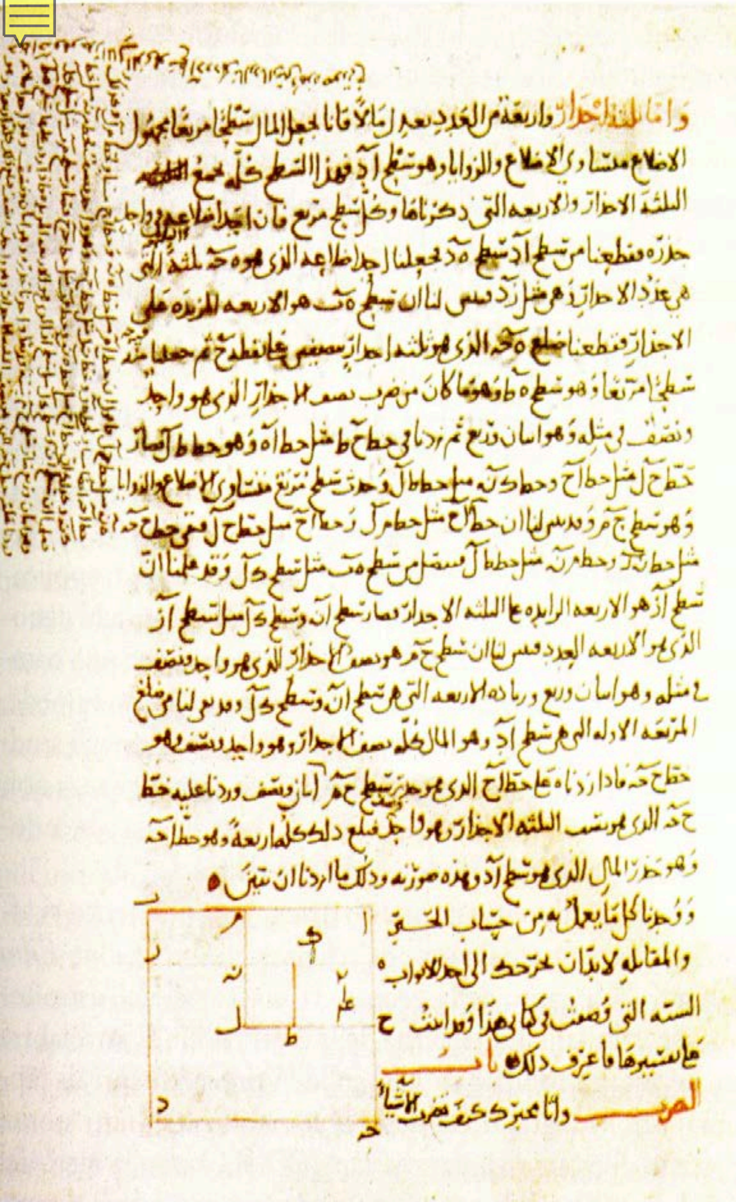


Una traduzione dall'arabo al latino delle
Sphaerica di Teodosio
Da un codice arabo del XIII secolo (Oxford)

Inizia un gigantesco lavoro di traduzioni in latino di opere greche (e non solo), a partire dall'arabo. Vengono tradotti testi di

filosofia, logica, astronomia, medicina, ottica e matematica.

Tra i maggiori traduttori ricordiamo:
Gherardo da Cremona (circa 90 opere tradotte)
Adelardo di Bath (britannico)
Giovanni da Siviglia (spagnolo)
Ermanno di Carinzia (croato)



Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Muhammad ibn Mūsā al-Khwārizmī

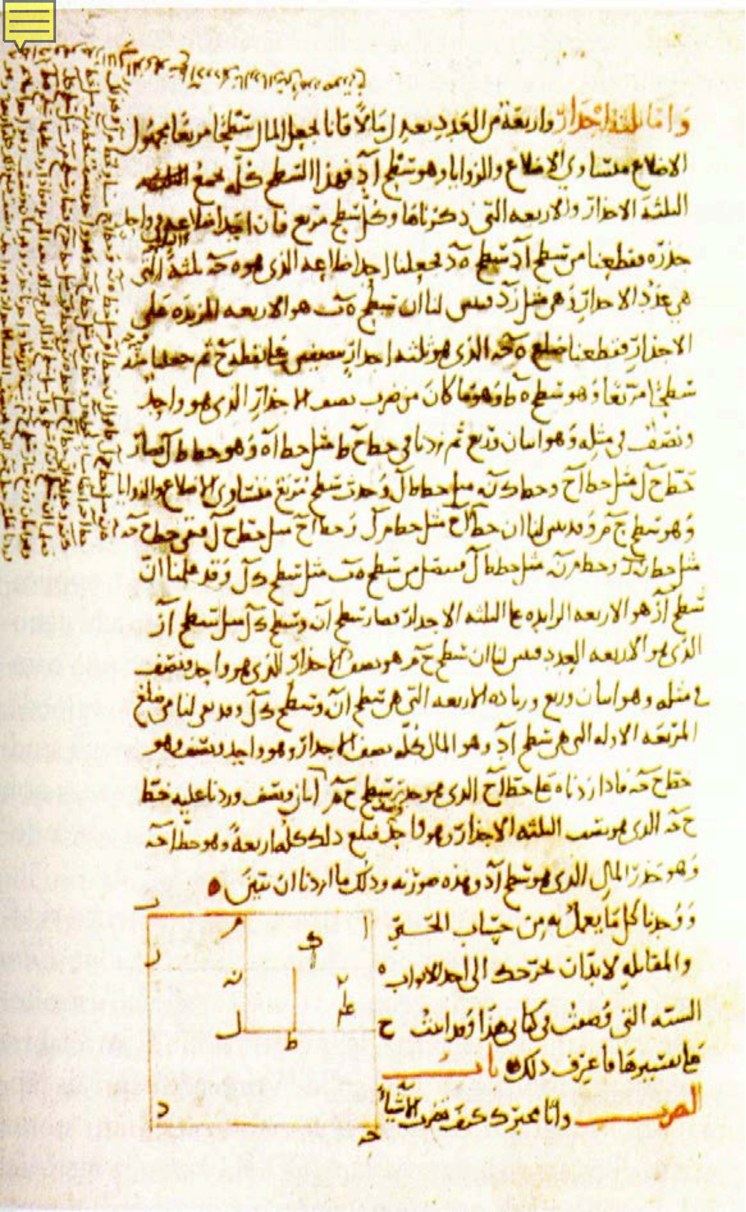
(780-850)

Kitāb al.jam’ w’al-tafrīq (Libro sull’addizione e sottrazione) (Perduto)

Kitāb al-hisāb al-Hindi (Libro sul calcolo indiano)
(Perduta anche la traduzione latina *De numero indorum*)

Algorismi latini

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala, (libro d'algebra e di al-muqabala) scritto tra 813 e l’833



Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

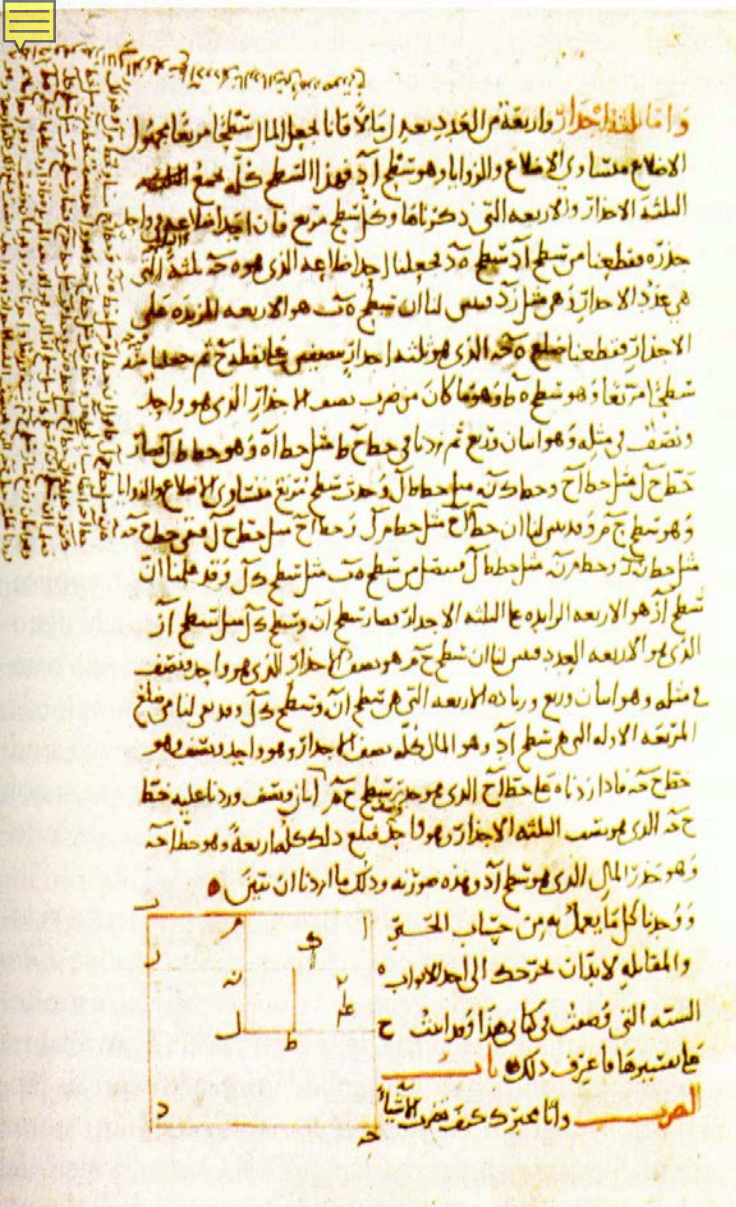
al-Khwārizmī (780-850)

Tre traduzioni latine:

Gherardo da Cremona (ca 1170)
Liber Maumeti filli Moysi Alchoarismi de algebra et almuchabala

Roberto di Chester (ca. 1145)

Guglielmo di Lunis (XIII secolo)



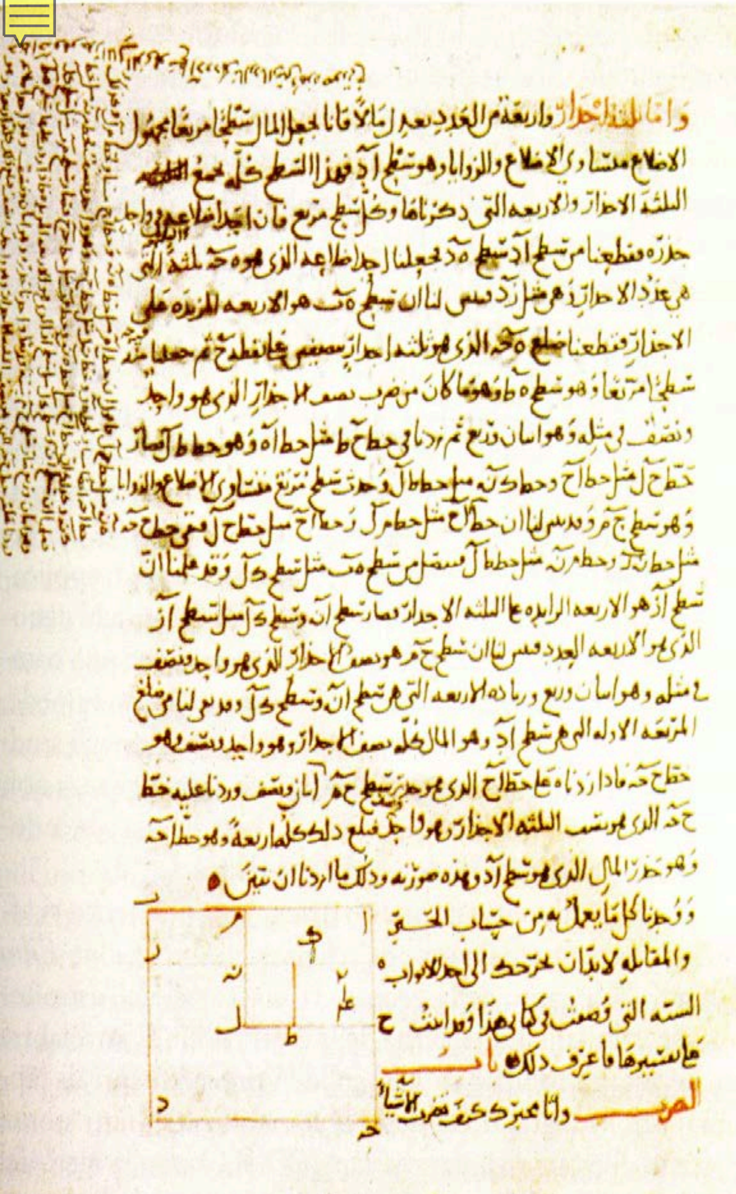
Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

E’ il primo libro che noi abbiamo nel quale l’algebra prende forma come disciplina in se definendo:

i suoi termini primitivi $(1,x,x^2)$



Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

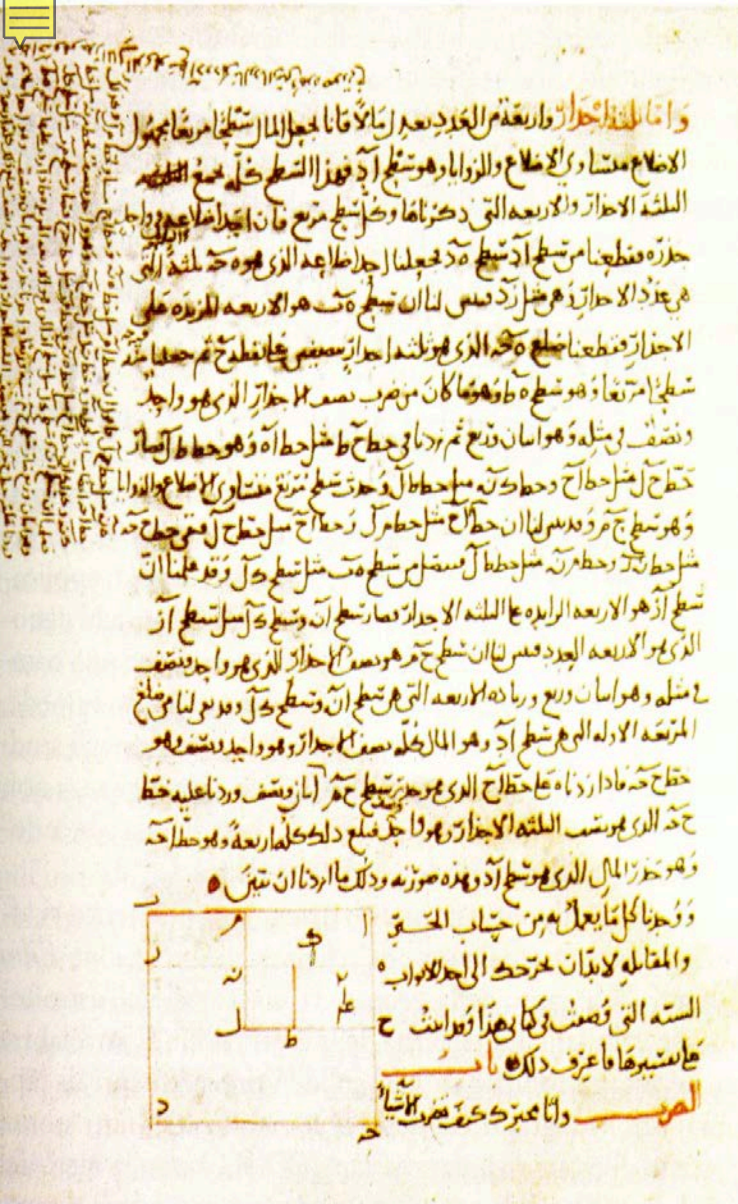
Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

E' il primo libro che noi abbiamo nel quale l'algebra prende forma come disciplina in se definendo:

i suoi termini primitivi ($1, x, x^2$)

i suoi oggetti di studio (le equazioni)



Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

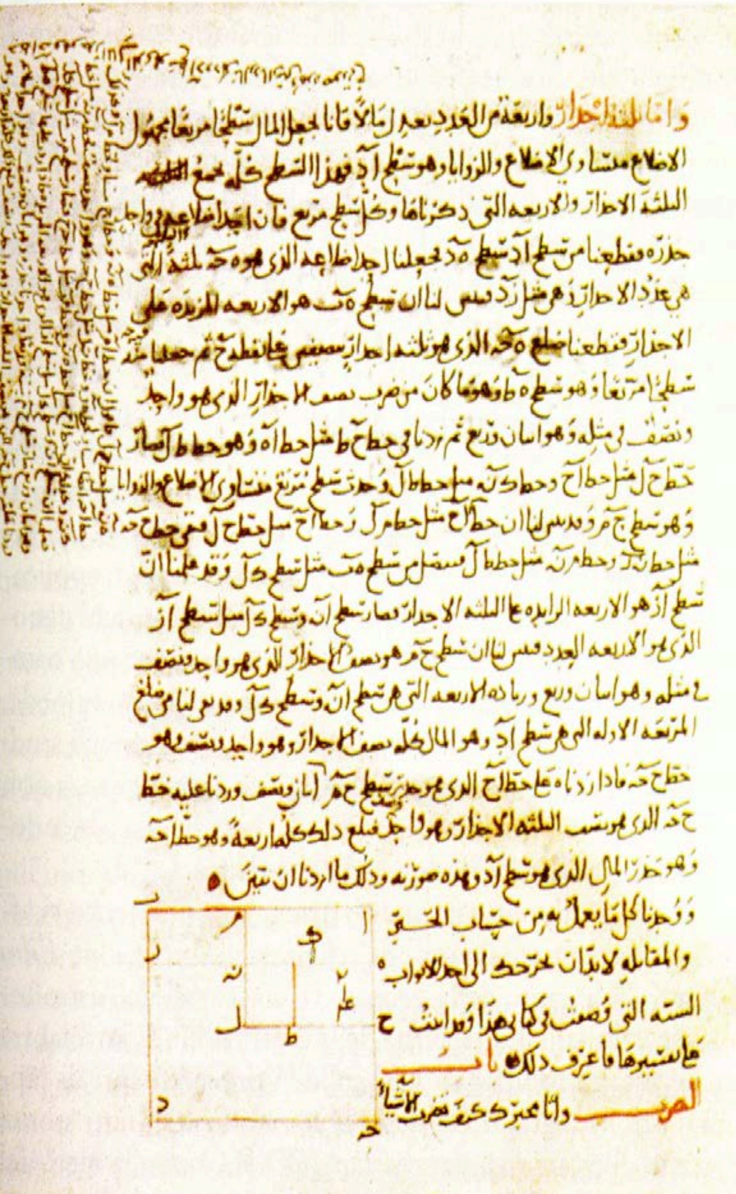
al-Khwārizmī (780-850)

E' il primo libro che noi abbiamo nel quale l'algebra prende forma come disciplina in se definendo:

i suoi termini primitivi ($1,x,x^2$)

i suoi oggetti di studio (le equazioni)

le sue tecniche dimostrative (geometriche)



Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

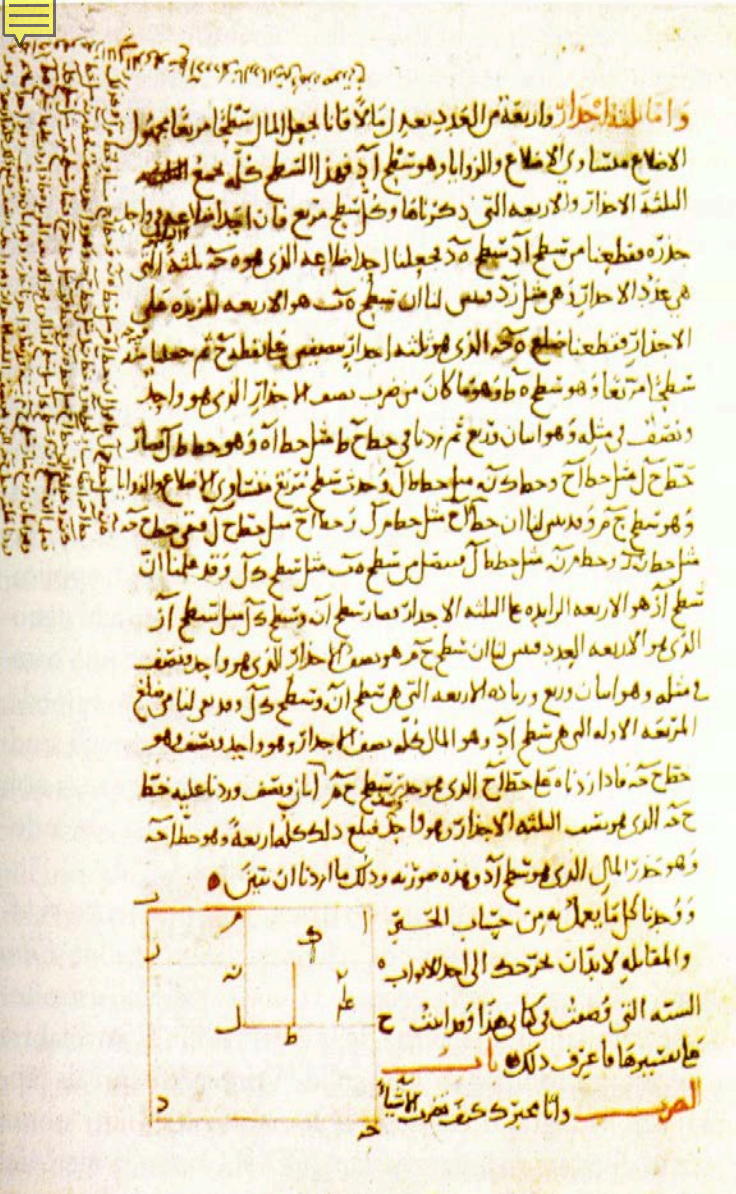
E’ il primo libro che noi abbiamo nel quale l’algebra prende forma come disciplina in se definendo:

i suoi termini primitivi ($1,x,x^2$)

i suoi oggetti di studio (le equazioni)

le sue tecniche dimostrative (geometriche)

le sue applicazioni (all’aritmetica, alla geometria, al commercio, al calcolo delle obbligazioni)



Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

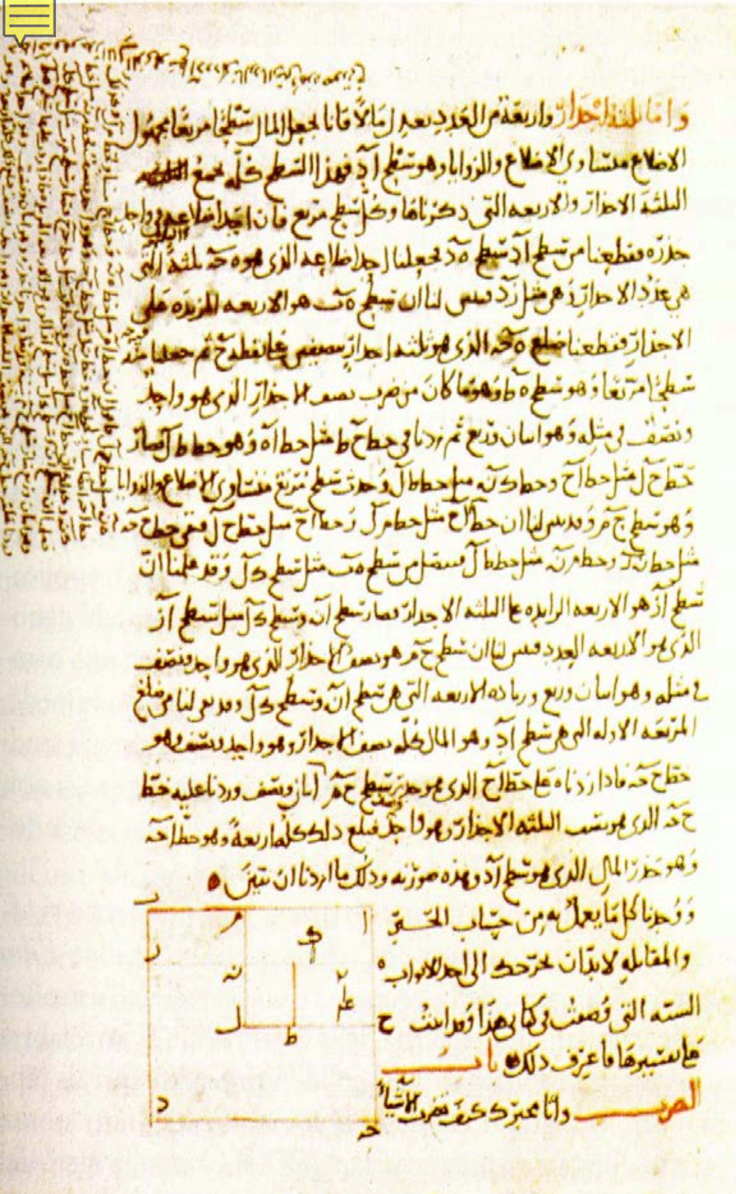
Le prime parole dell’algebra e la loro etimologia

al-jabr = restaurare, aggiustare, riparare

geber, *arcibra*, *alcibra*, *argebra*, *arzibra* infine *algebra*

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)



Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Le prime parole dell'algebra e la loro etimologia

al-jabr = restaurare, aggiustare, riparare

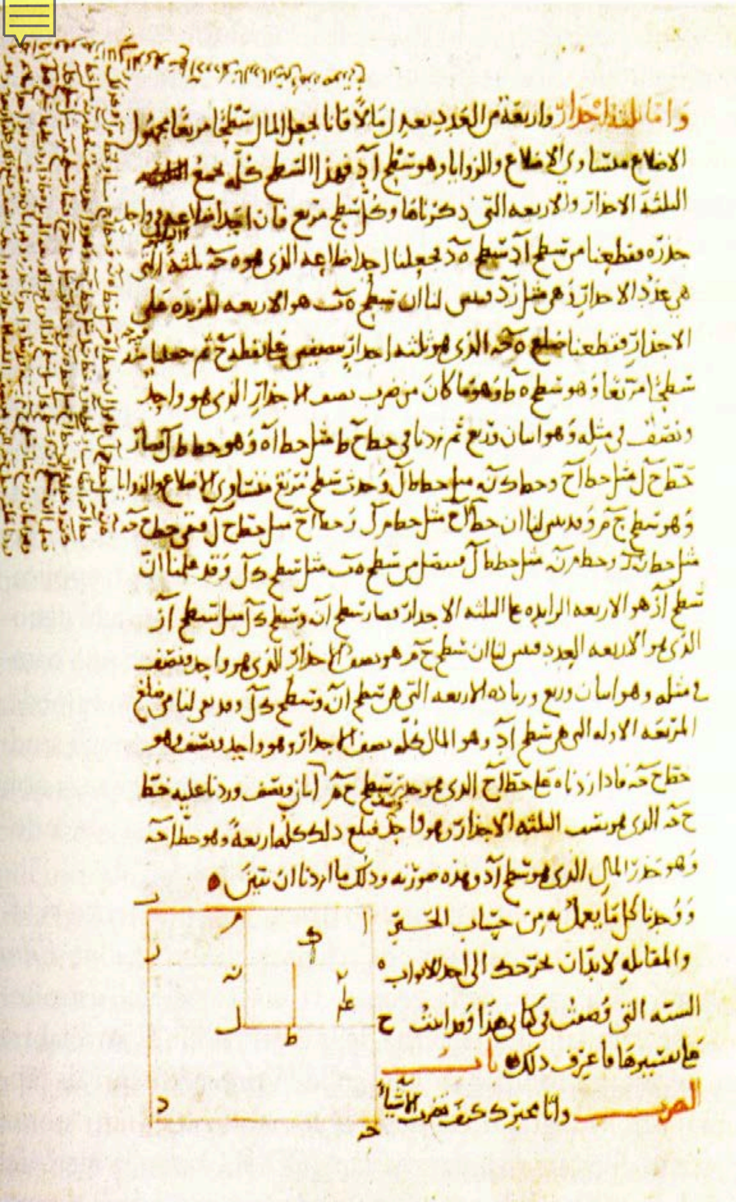
geber, *arcibra*, *alcibra*, *argebra*, *arzibra* infine *algebra*

(i termini preceduti dal segno meno venivano chiamati *naquis* cioè termini tolti, amputati e l'equazione doveva essere aggiustata)

$$2x^2 = 5x^2 - 3x + 1$$

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)



Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Le prime parole dell'algebra e la loro etimologia

al-jabr = restaurare, aggiustare, riparare

geber, *arcibra*, *alcibra*, *argebra*, *arzibra* infine *algebra*

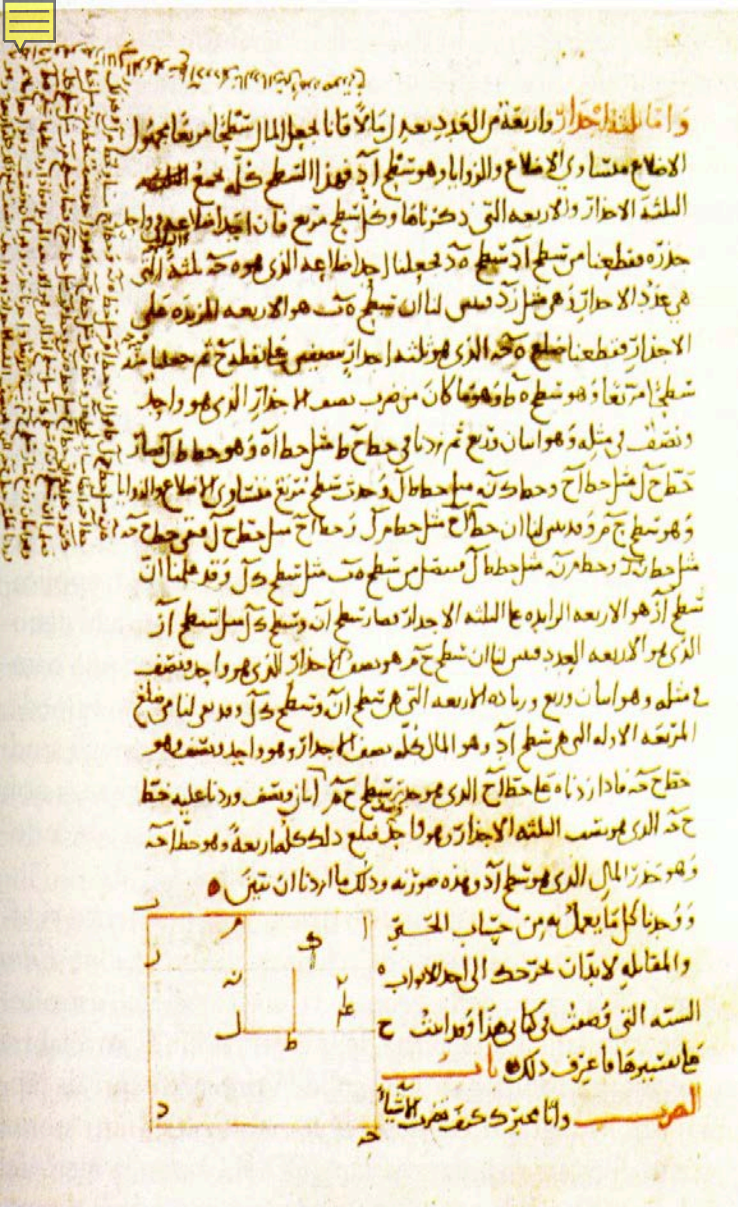
(i termini preceduti dal segno meno venivano chiamati *naquis* cioè termini tolti, amputati e l'equazione viene aggiustata)

$$2x^2 = 5x^2 - 3x + 1$$

$$2x^2 + 3x = 5x^2 - 3x + 3x + 1$$

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)



Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Le prime parole dell'algebra e la loro etimologia

al-jabr = restaurare, aggiustare, riparare

geber, *arcibra*, *alcibra*, *argebra*, *arzibra* infine *algebra*

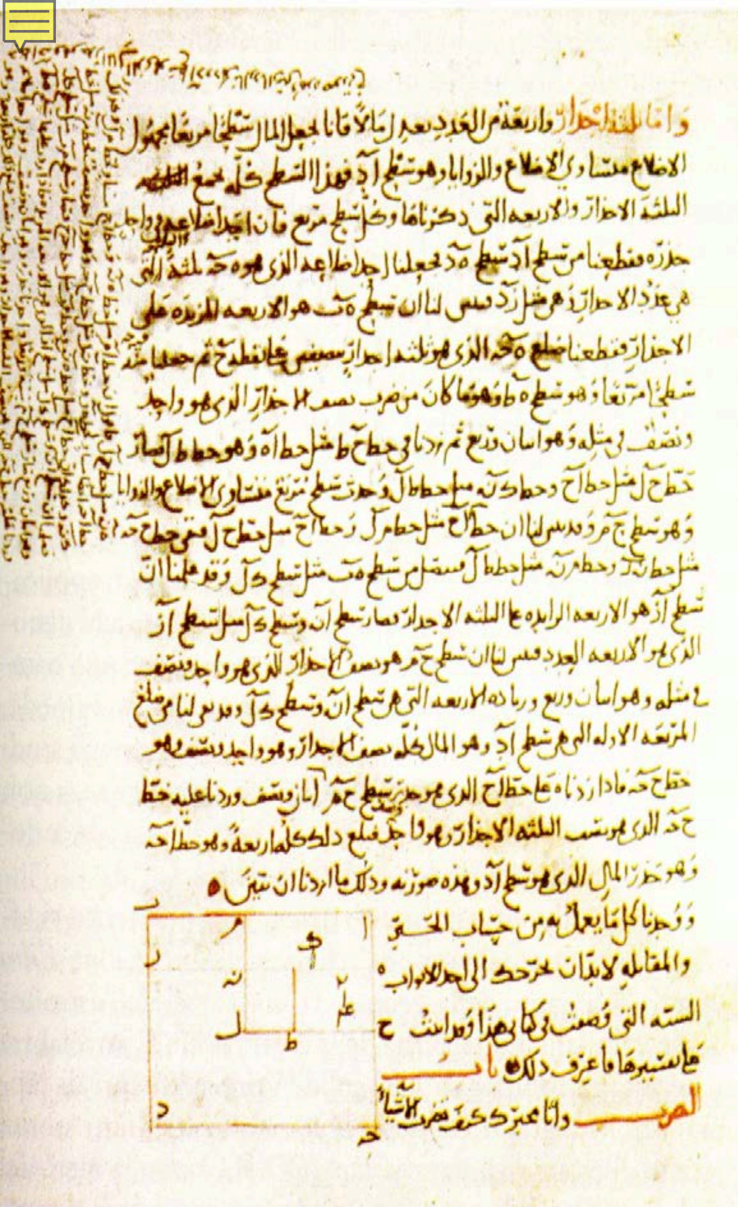
(i termini preceduti dal segno meno venivano chiamati *naquis* cioè termini tolti, amputati e l'equazione viene aggiustata)

$$2x^2 = 5x^2 - 3x + 1$$

$$2x^2 + 3x = 5x^2 - 3x + 3x + 1$$

$$2x^2 + 3x = 5x^2 + 1$$

Ora l'equazione ha solo termini positivi.



Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

Le prime parole dell'algebra e la loro etimologia

al-jabr = restaurare, aggiustare, riparare

(*geber*, *arcibra*, *alcibra*, *argebra*, *arzibra* infine *algebra*)

(i termini preceduti dal segno meno venivano chiamati *naquis* cioè termini tolti, amputati e l'equazione viene aggiustata)

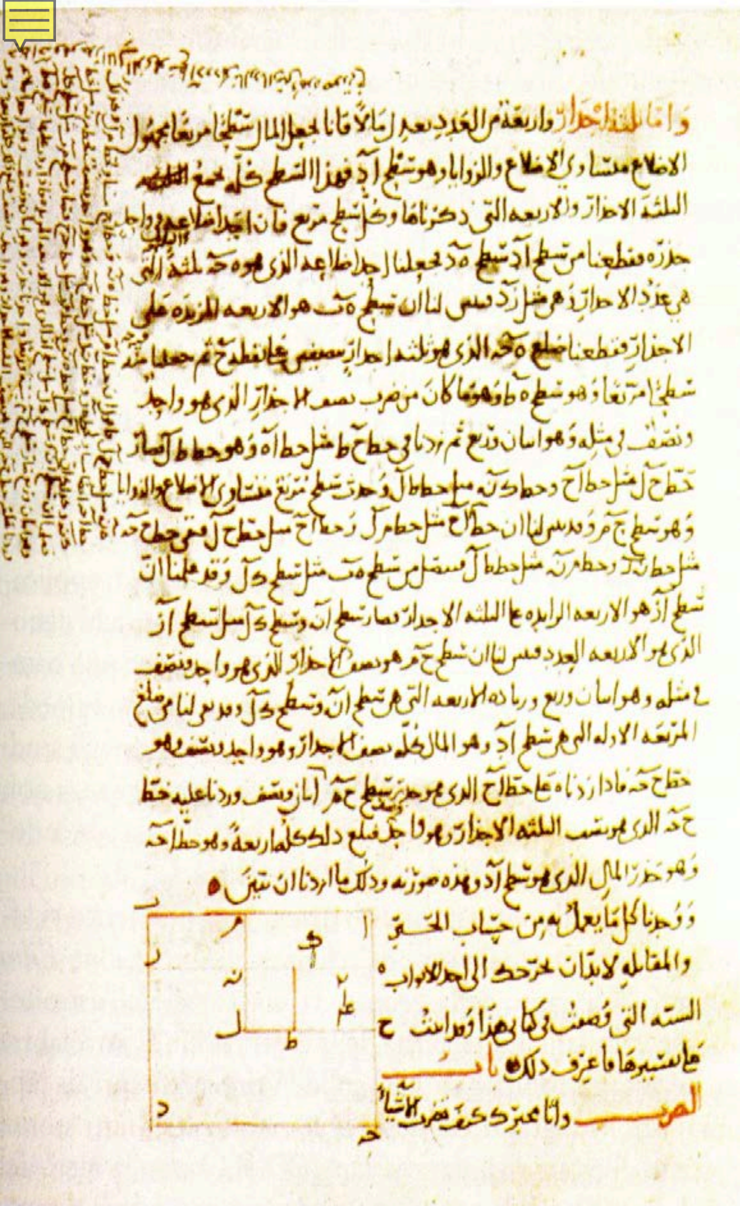
$$2x^2 = 5x^2 - 3x + 1$$

$$2x^2 + 3x = 5x^2 - 3x + 3x + 1$$

$$2x^2 + 3x = 5x^2 + 1$$

Ora l'equazione ha solo termini positivi.

al-muqābala = porre accanto, confrontare



Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

Le prime parole dell'algebra e la loro etimologia

al-jabr = restaurare, aggiustare, riparare

geber, *arcibra*, *alcibra*, *argebra*, *arzibra* infine *algebra*

(i termini preceduti dal segno meno venivano chiamati *naquis* cioè termini tolti, amputati e l'equazione viene aggiustata)

$$2x^2 = 5x^2 - 3x + 1$$

$$2x^2 + 3x = 5x^2 - 3x + 3x + 1$$

$$2x^2 + 3x = 5x^2 + 1$$

Ora l'equazione ha solo termini positivi.

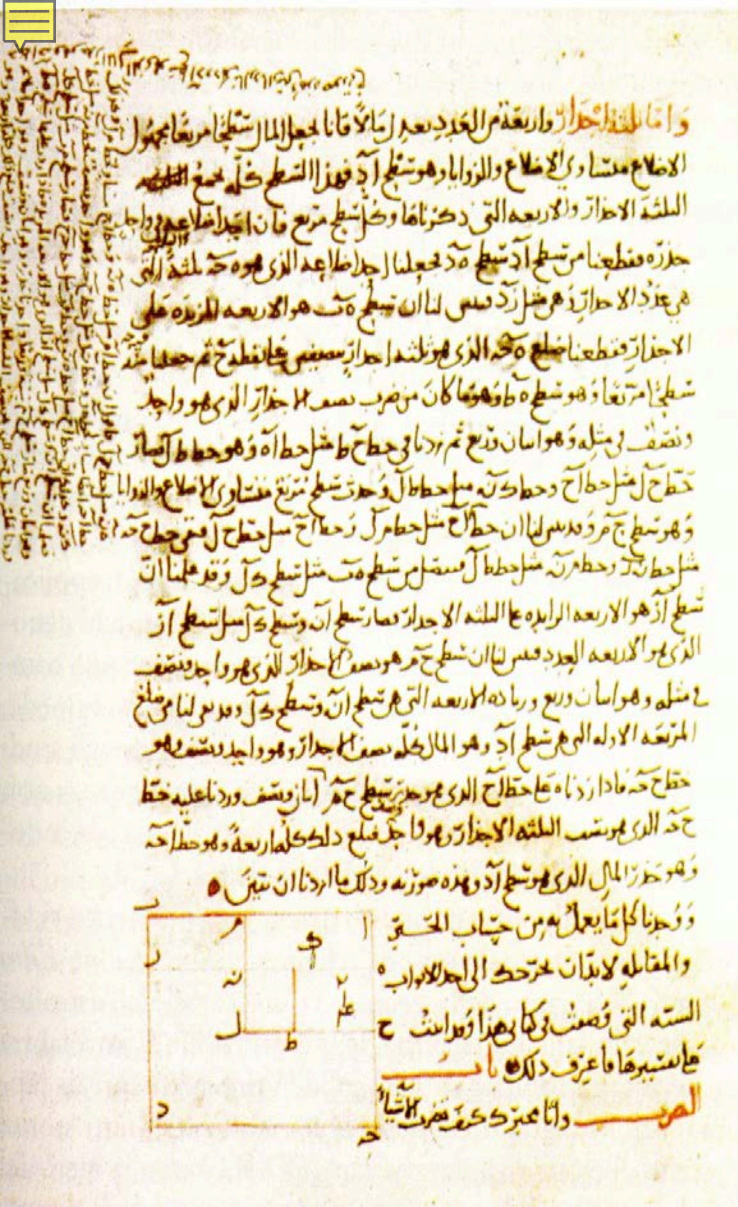
al-muqābala = porre accanto, confrontare

(2 termini simili in membri diversi vengono messi vicini sottraendo il maggiore dal minore)

$$2x^2 + 3x = 5x^2 + 1$$

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)



Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Le prime parole dell'algebra e la loro etimologia

al-jabr = restaurare, aggiustare, riparare

geber, *arcibra*, *alcibra*, *argebra*, *arzibra* infine *algebra*

(i termini preceduti dal segno meno venivano chiamati *naquis* cioè termini tolti, amputati e l'equazione viene aggiustata)

$$2x^2 = 5x^2 - 3x + 1$$

$$2x^2 + 3x = 5x^2 - 3x + 3x + 1$$

$$2x^2 + 3x = 5x^2 + 1$$

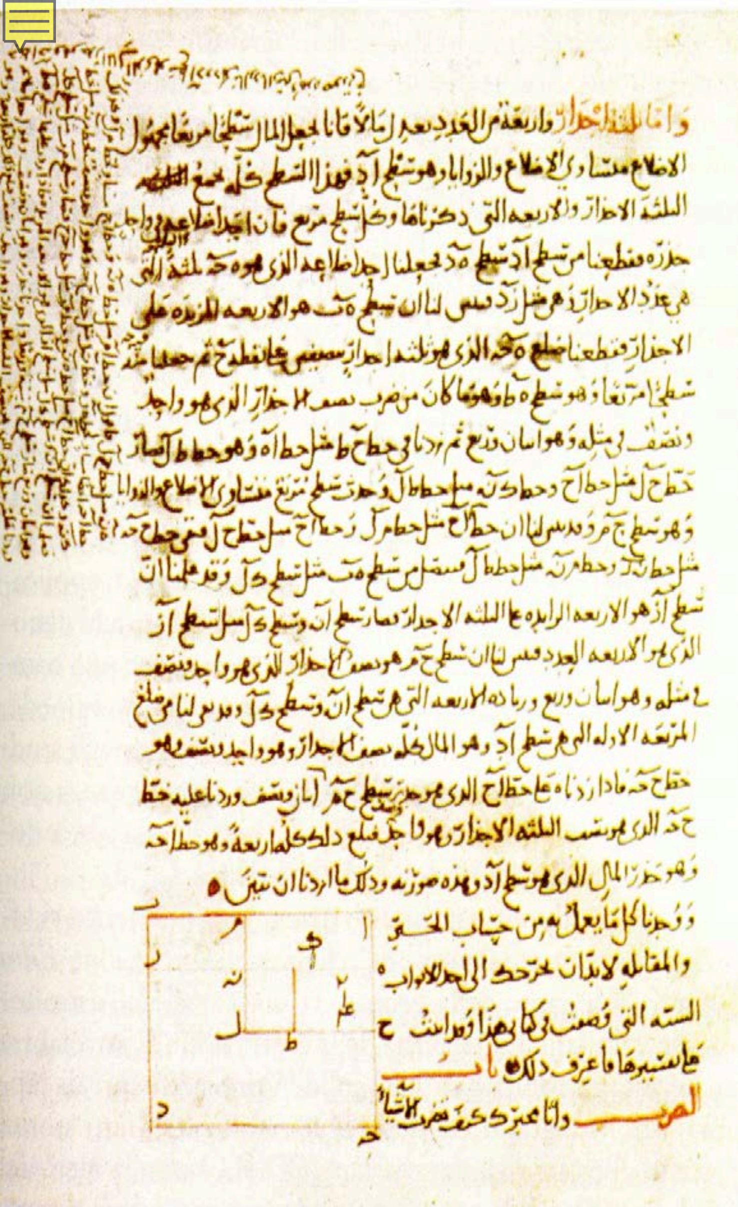
Ora l'equazione ha solo termini positivi.

al-muqābala = porre accanto, confrontare

(2 termini simili in membri diversi vengono messi vicini sottraendo il maggiore dal minore)

$$2x^2 + 3x = 5x^2 + 1$$

$$2x^2 - 2x^2 + 3x = 5x^2 - 2x^2 + 1$$



Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

Le prime parole dell'algebra e la loro etimologia

al-jabr = restaurare, aggiustare, riparare

geber, *arcibra*, *alcibra*, *argebra*, *arzibra* infine *algebra*

(i termini preceduti dal segno meno venivano chiamati *naquis* cioè termini tolti, amputati e l'equazione viene aggiustata)

$$2x^2 = 5x^2 - 3x + 1$$

$$2x^2 +3x = 5x^2 - 3x +3x + 1$$

$$2x^2 + 3x = 5x^2 + 1$$

Ora l'equazione ha solo termini positivi.

al-muqābala = porre accanto, confrontare

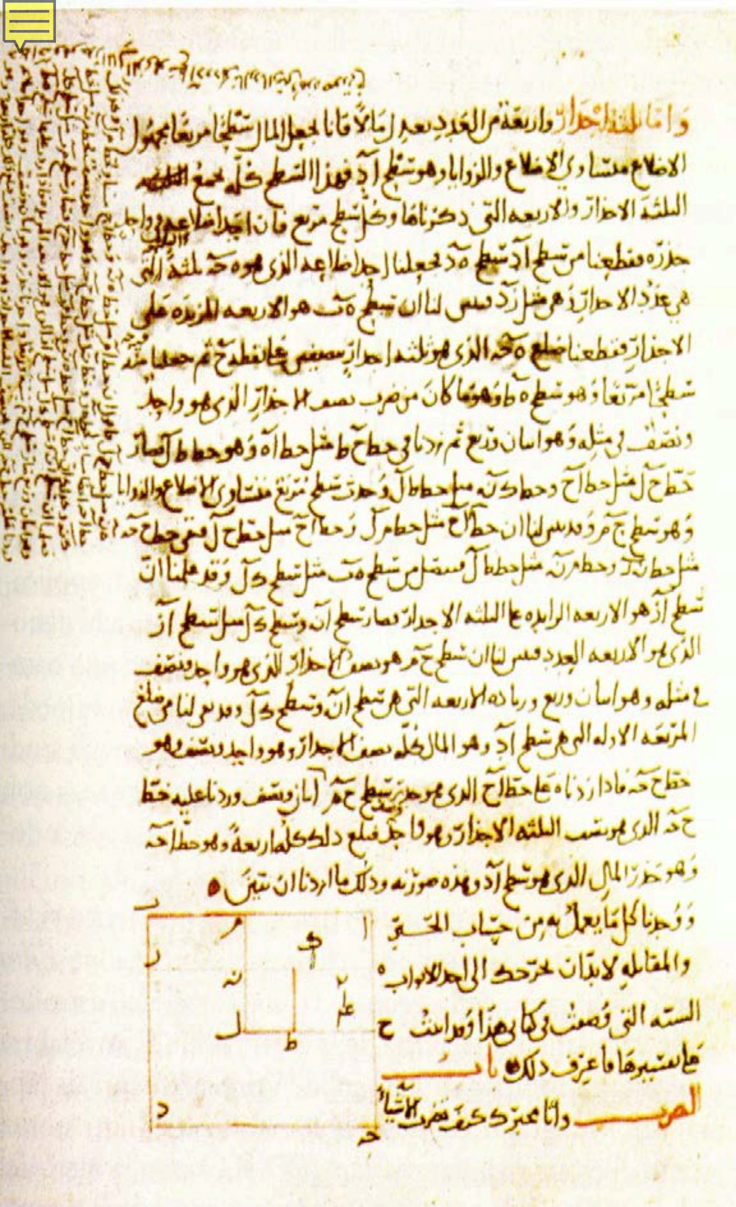
(2 termini simili in membri diversi vengono messi vicini sottraendo il maggiore dal minore)

$$2x^2 + 3x = 5x^2 + 1$$

$$2x^2 - 2x^2 + 3x = 5x^2 -2x^2 + 1$$

$$3x = 3x^2 + 1$$

Ora l'equazione è ridotta alla sua forma canonica.



Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

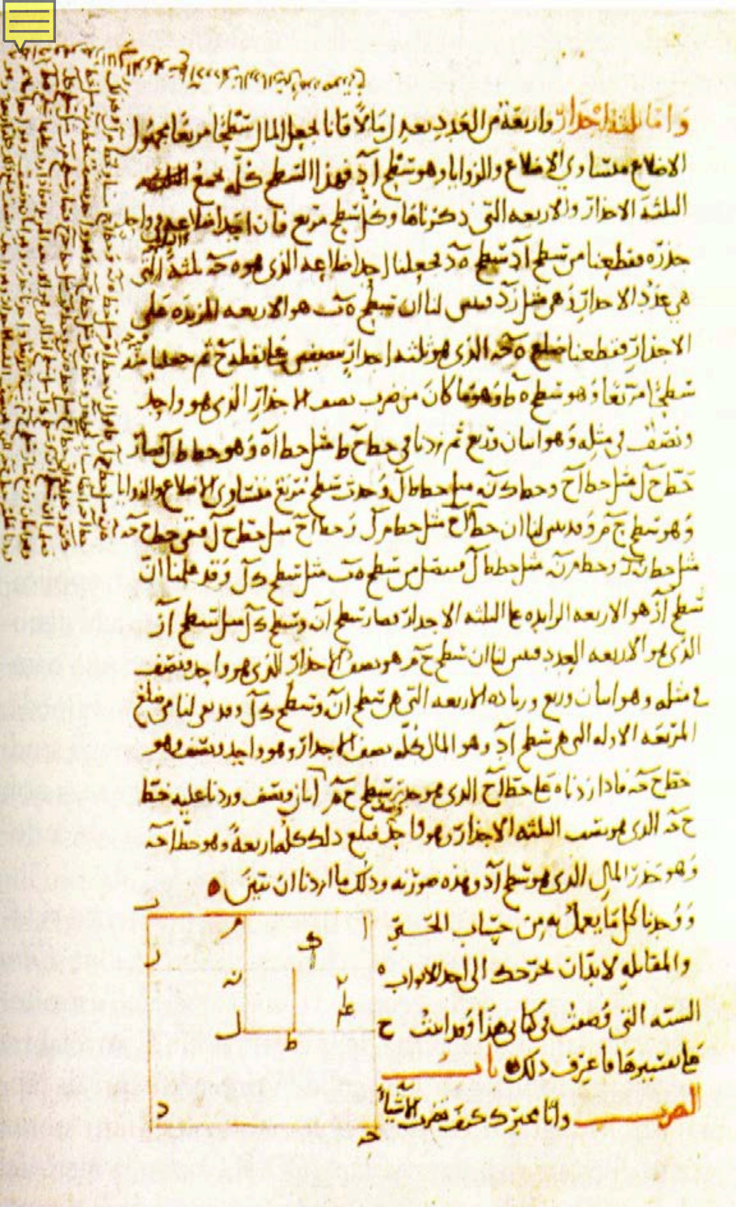
Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

Le prime parole dell'algebra e la loro etimologia

al-shay = la cosa, l'incognita, x

(in algebra significa l'incognita)



Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

Le prime parole dell’algebra e la loro etimologia

al-shay = la cosa, l’incognita, x

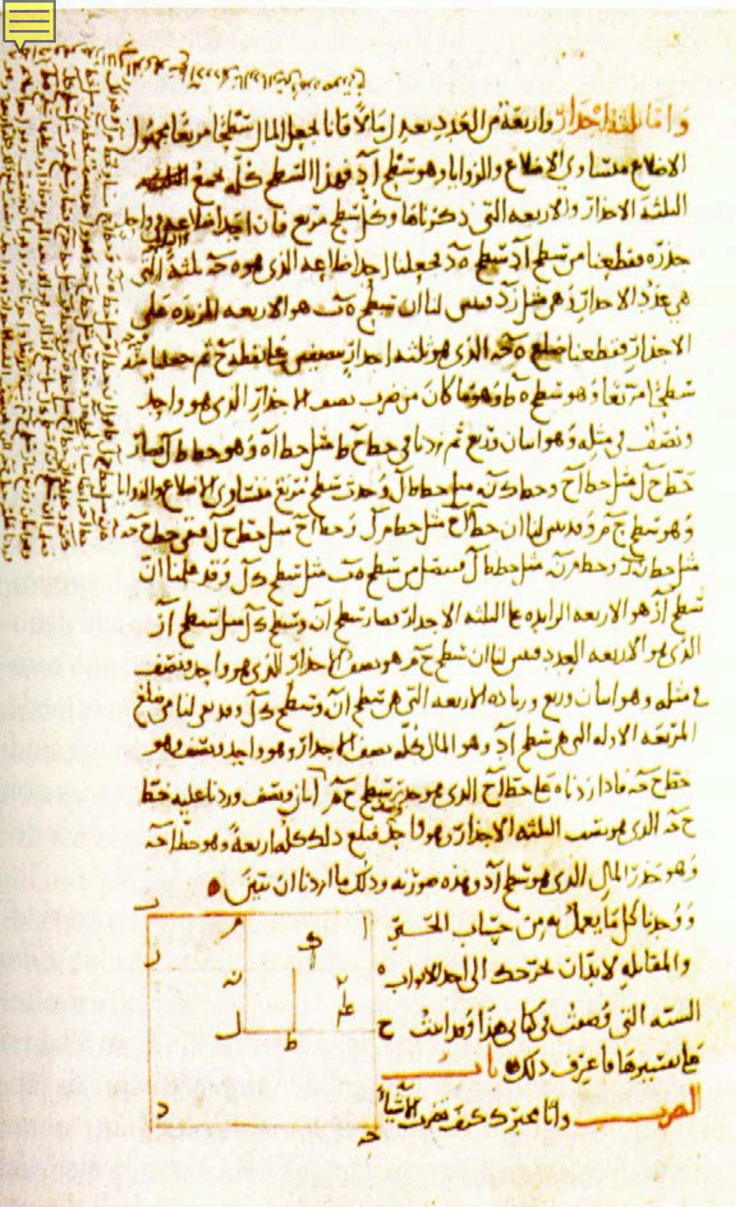
(in algebra significa l’incognita)

Quando l’incognita è ricavata dal suo quadrato si dice anche

jidhr = base, origine, radice

(in algebra significa la radice quadrata)

Si eleva al quadrato e si estrae la radice



Una pagina del *al-Jabr* e *al-muqābala* di al-Khwārizmī (Oxford)

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

al-Khwārizmī (780-850)

Le prime parole dell'algebra e la loro etimologia

al-shay = la cosa, l'incognita, x

(in algebra significa l'incognita)

Quando l'incognita è ricavata dal suo quadrato si dice anche

jidhr = base, origine, radice

(in algebra significa la radice quadrata)

Si eleva al quadrato e si estrae la radice

māl = somma di denaro, tesoro, x^2

(in algebra indica il quadrato dell'incognita)

murabā = il quadrato come figura geometrica

Kitāb al-Jabr wa al-muqābala

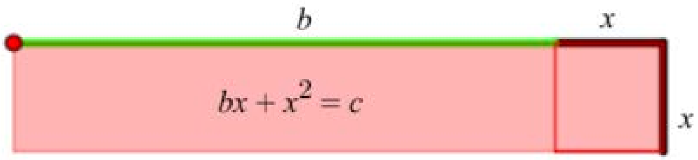
al-Khwārizmī (780-850)

Si determinano in modo combinatorio tutti i possibili tipi di equazioni
A coefficienti positivi che combinano $1, x, x^2$.

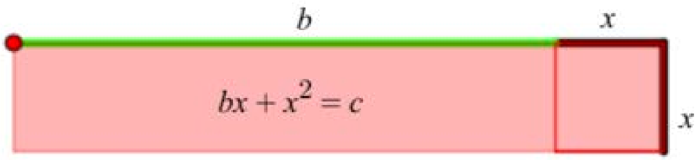
Equazioni binomie		Equazioni trinomie	
Quadrati uguali a radici	$ax^2 = bx$	*Quadrati* più radici uguali a un numero	$ax^2 + bx = c$
Quadrati uguali a un numero	$ax^2 = c$	*Quadrati* e un numero uguali a dell radici	$ax^2 + c = bx$
Radici uguali a un numero	$bx = c$	Radici più il numero sono uguali ai *quadrati*	$bx + c = ax^2$

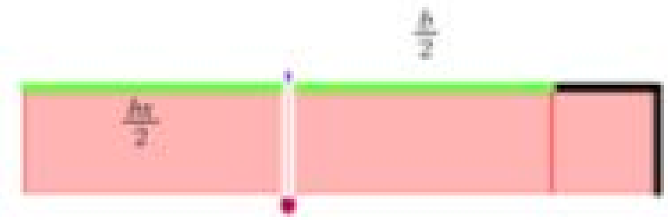
$$x^2 + bx = c$$

$$x^2 + bx = c$$

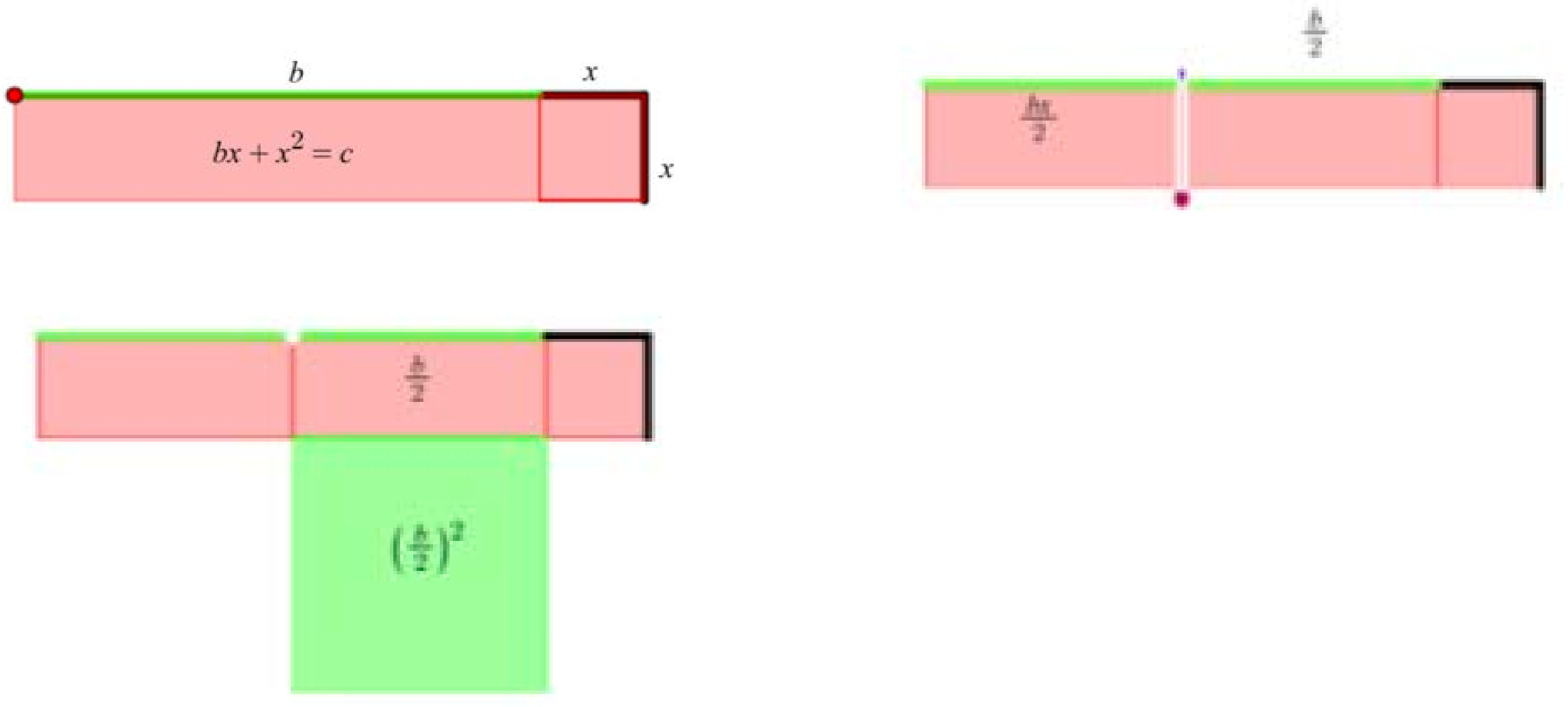


$$x^2 + bx = c$$

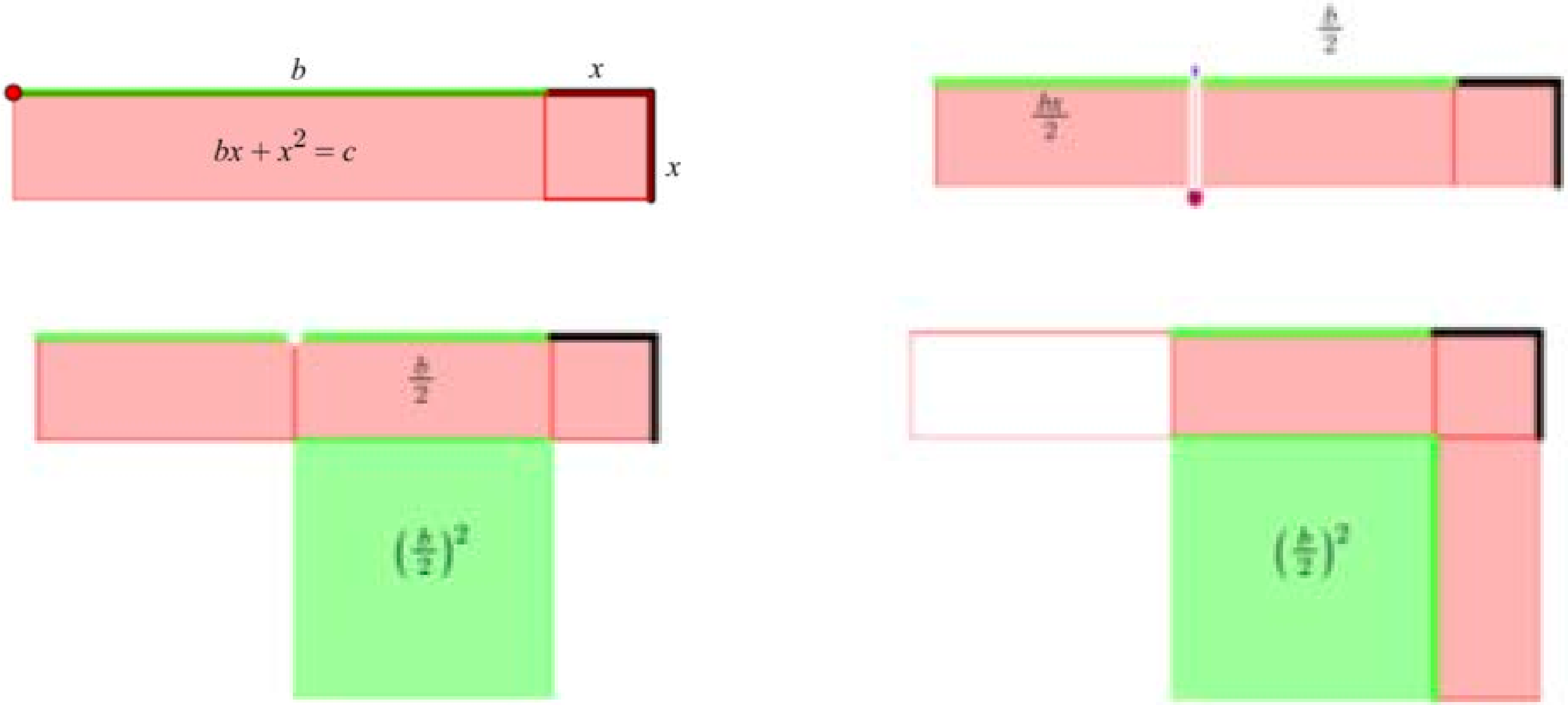




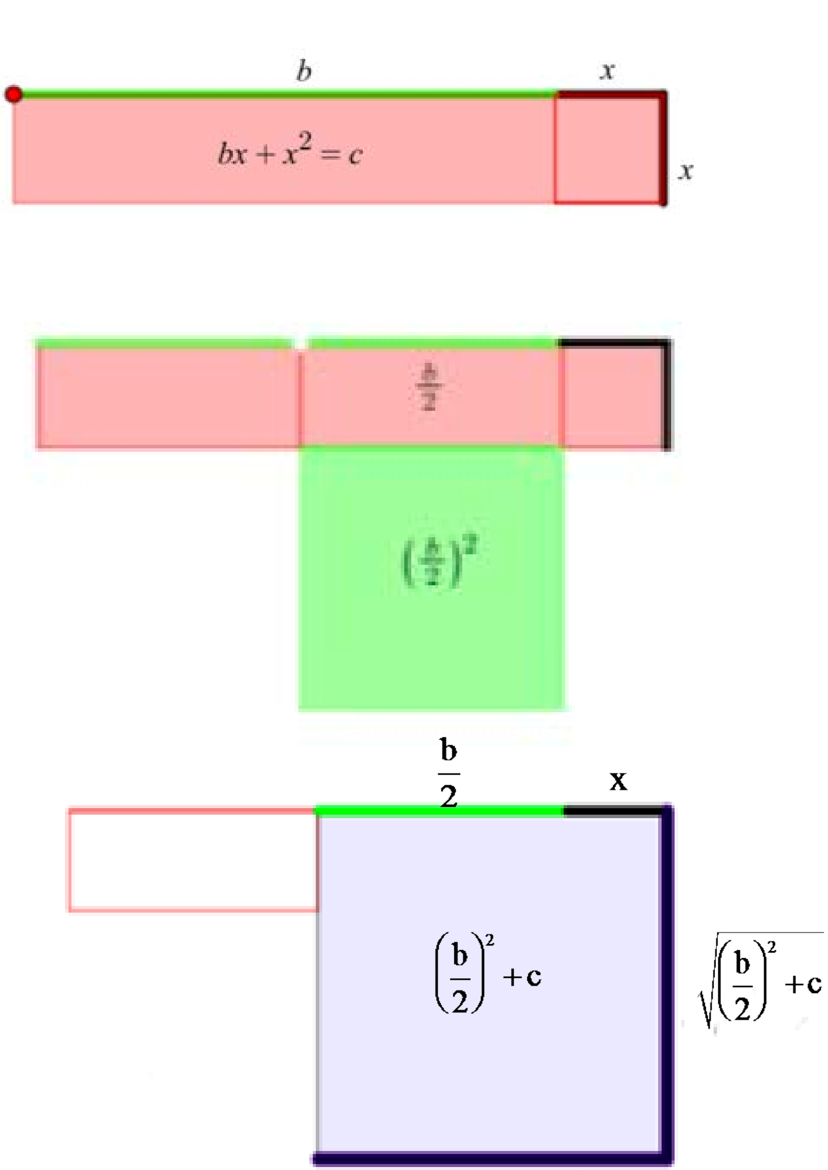
$$x^2 + bx = c$$



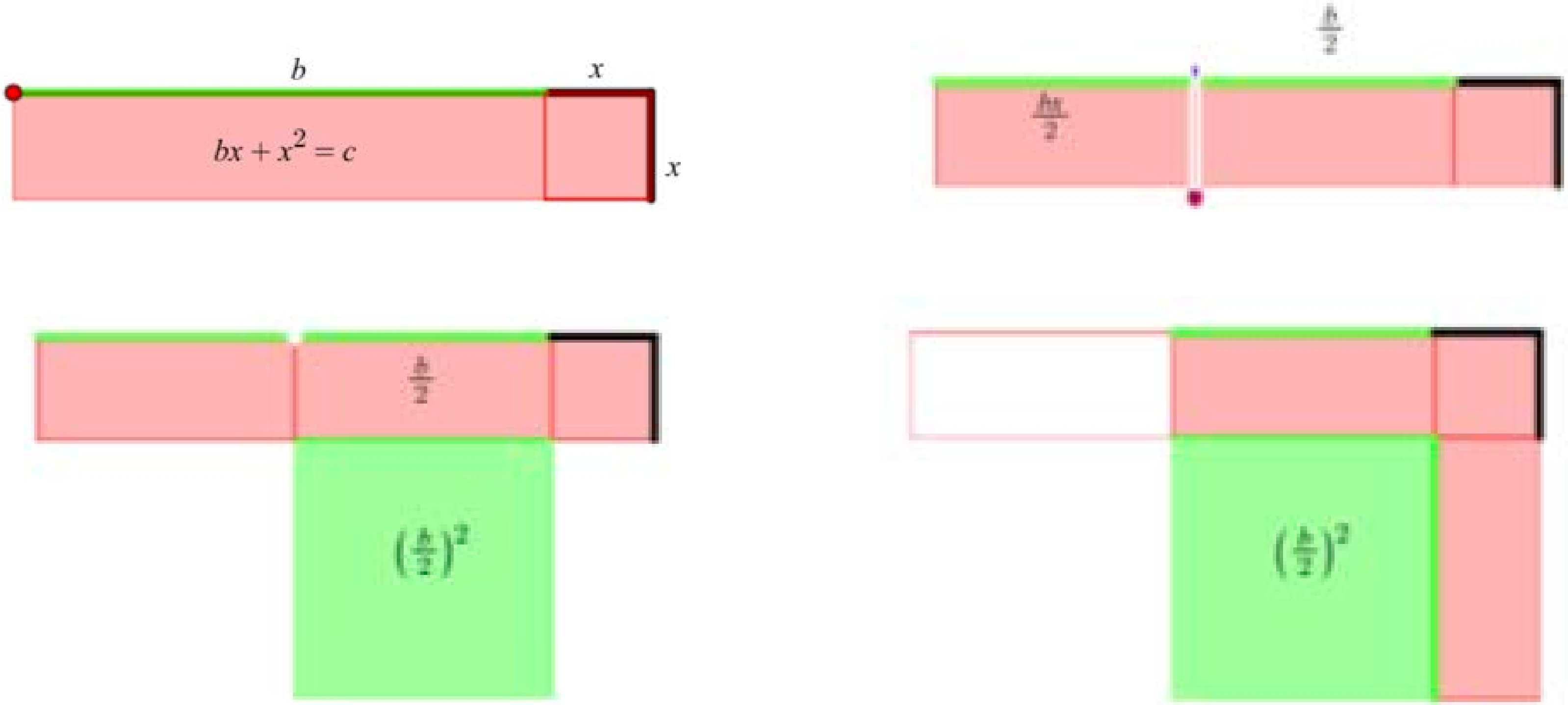
$x^2 + bx = c$

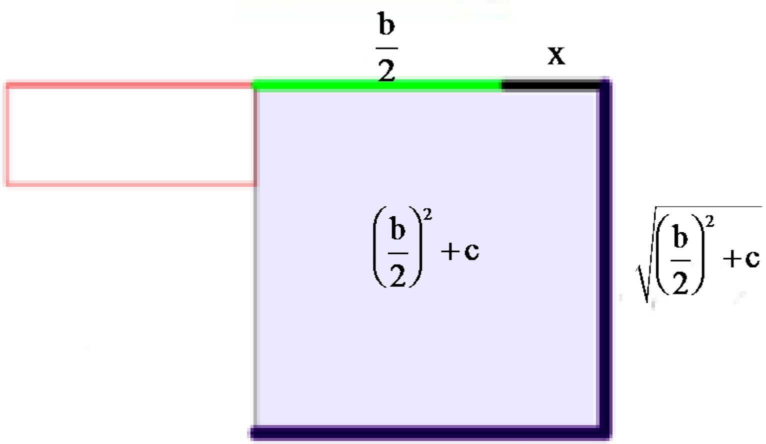


$$x^2 + bx = c$$



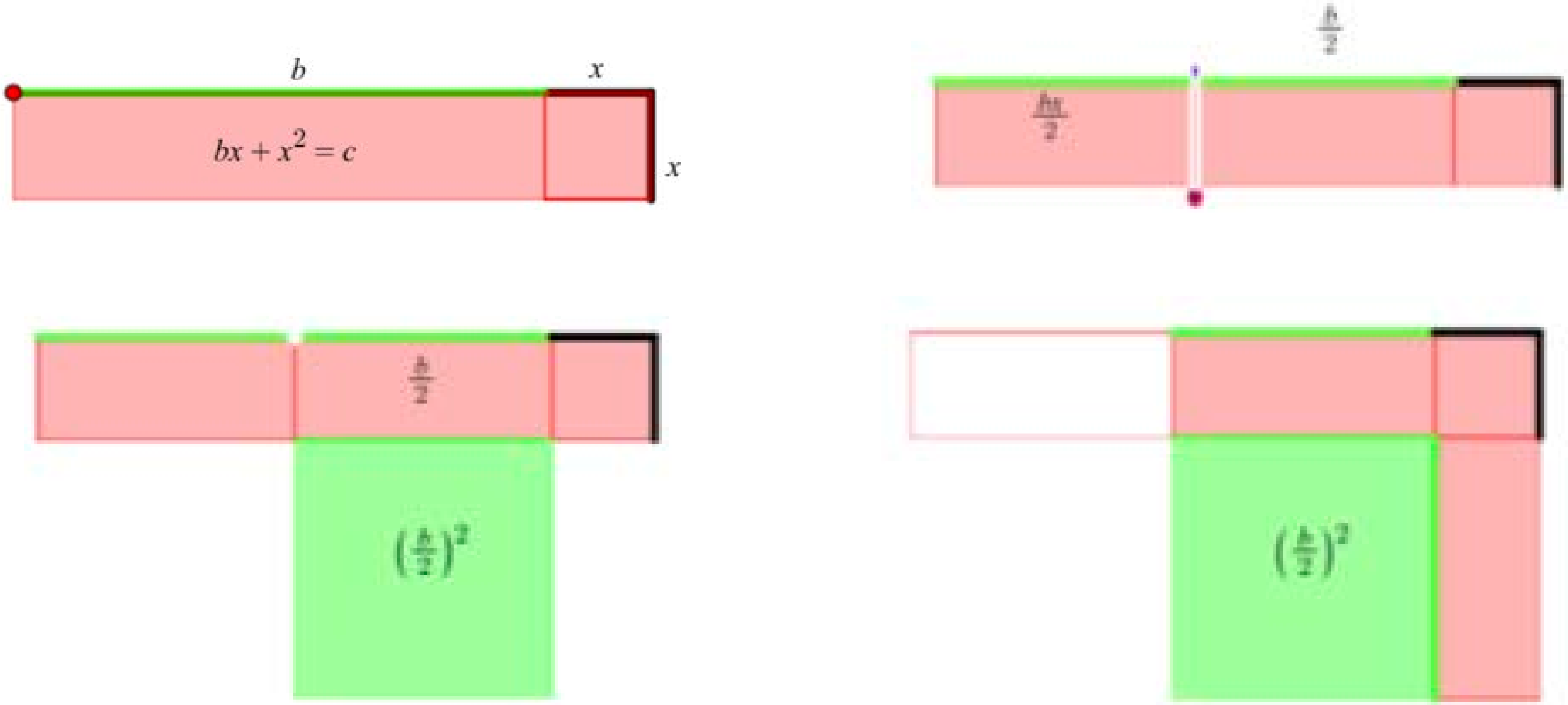
$$x^2 + bx = c$$

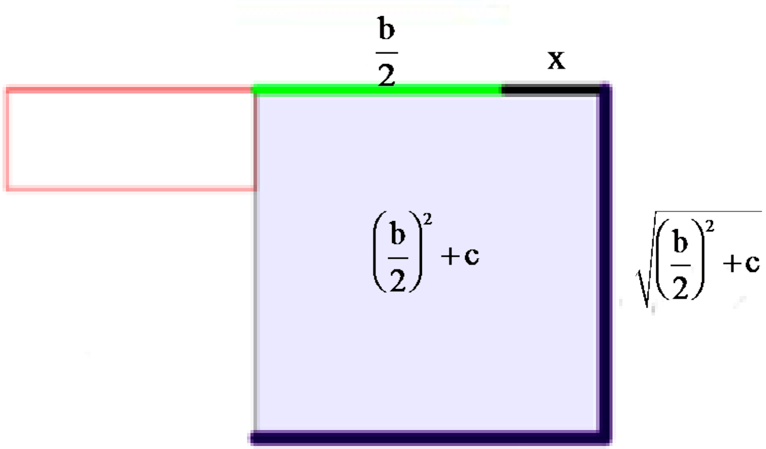




$$\frac{b}{2} + x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c}$$

$x^2 + bx = c$



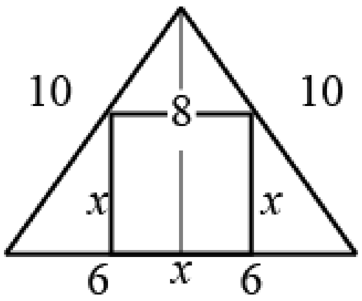


$$\frac{b}{2} + x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c}$$

$$x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} - \frac{b}{2}$$

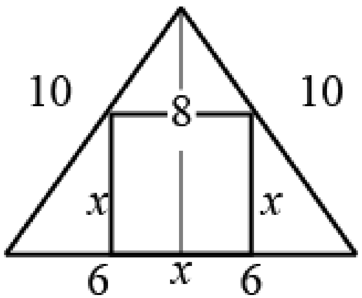
Applicazioni alla geometria
(regola della cosa, regula recta)

Sia un terreno triangolare, di cui due dei lati sono dieci cubiti, dieci cubiti, e la base dodici cubiti, all'interno del quale si trova un terreno quadrato, quanto è il lato di questo terreno quadrato?



Applicazioni alla geometria
(regola della cosa, regula recta)

Sia un terreno triangolare, di cui due dei lati sono dieci cubiti, dieci cubiti, e la base dodici cubiti, all'interno del quale si trova un terreno quadrato, quanto è il lato di questo terreno quadrato?



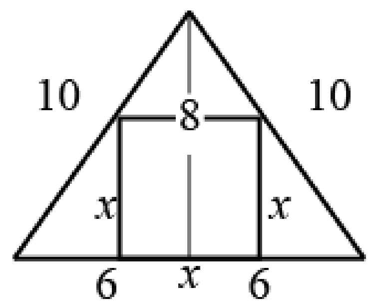
Il lato del quadrato è *una cosa*

$$48 = x^2 + \frac{1}{2}x(8-x) + x(6-\frac{x}{2})$$

Applicazioni alla geometria

(regola della cosa, regula recta)

Sia un terreno triangolare, di cui due dei lati sono dieci cubiti, dieci cubiti, e la base dodici cubiti, all'interno del quale si trova un terreno quadrato, quanto è il lato di questo terreno quadrato?



Il lato del quadrato è *una cosa*

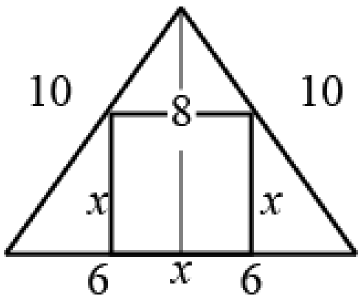
$$48 = x^2 + \frac{1}{2}x(8-x) + x(6-\frac{x}{2})$$

$$48 = 10\,x$$

Applicazioni alla geometria

(regola della cosa, regula recta)

Sia un terreno triangolare, di cui due dei lati sono dieci cubiti, dieci cubiti, e la base dodici cubiti, all'interno del quale si trova un terreno quadrato, quanto è il lato di questo terreno quadrato?



Il lato del quadrato è *una cosa*

$$48 = x^2 + \frac{1}{2}x(8-x) + x(6-\frac{x}{2})$$

$$48 = 10\,x$$

$$x = 4 + \frac{4}{5}$$

Applicazioni ai testamenti

Un uomo muore e lascia due figli; ha legato un terzo del suo bene a uno straniero e ha un bene di 10 dirham al quale va aggiunta una somma di 10 dirham che gli deve uno dei suoi due figli (che non possiede nulla).

E' un circolo vizioso!

Applicazioni ai testamenti

Un uomo muore e lascia due figli; ha legato un terzo del suo bene a uno straniero e ha un bene di 10 dirham al quale va aggiunta una somma di 10 dirham che gli deve uno dei suoi due figli (che non possiede nulla).

E' un circolo vizioso!

Chiamiamo "una cosa" la parte di debito che il figlio riesce a restituire usando la sua parte di eredità

$$10 + x$$

è il bene da dividere

Applicazioni ai testamenti

Un uomo muore e lascia due figli; ha legato un terzo del suo bene a uno straniero e ha un bene di 10 dirham al quale va aggiunta una somma di 10 dirham che gli deve uno dei suoi due figli (che non possiede nulla).

E' un circolo vizioso!

Chiamiamo "una cosa" la parte di debito che il figlio riesce a restituire usando la sua parte di eredità

$$10 + x$$

è il bene da dividere:
1/3 allo straniero e il resto in parti uguali ai due figli, quindi 1/3 ciascuno
indebitato prenderà $(10+x)/3$. Da cui l'equazione

Applicazioni ai testamenti

Un uomo muore e lascia due figli; ha legato un terzo del suo bene a uno straniero e ha un bene di 10 dirham al quale va aggiunta una somma di 10 dirham che gli deve uno dei suoi due figli (che non possiede nulla).

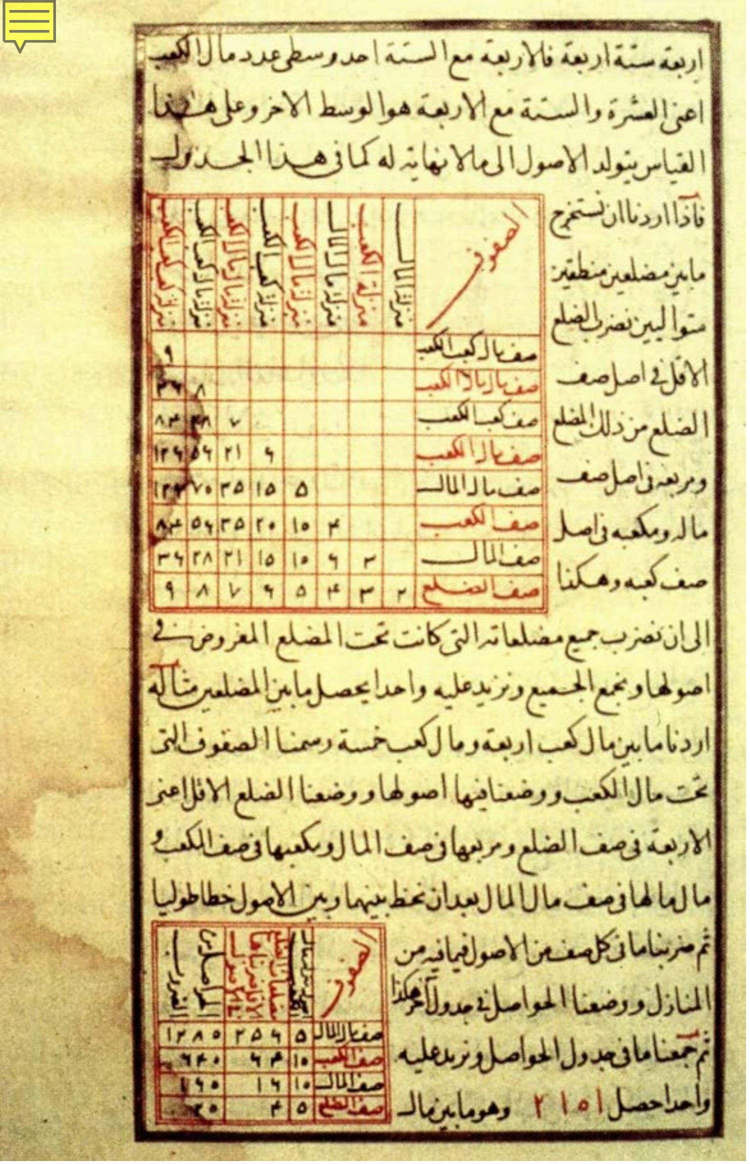
E' un circolo vizioso!

Chiamiamo "una cosa" la parte di debito che il figlio riesce a restituire usando la sua parte di eredità

$$10 + x$$

è il bene da dividere:
1/3 allo straniero e il resto in parti uguali ai due figli, quindi 1/3 ciascuno indebitato prenderà $(10+x)/3$. Da cui l'equazione

$$\frac{10+x}{3} = x \quad , \quad 10 + x = 3x \quad , \quad 10 = 2x \quad , \quad x = 5$$



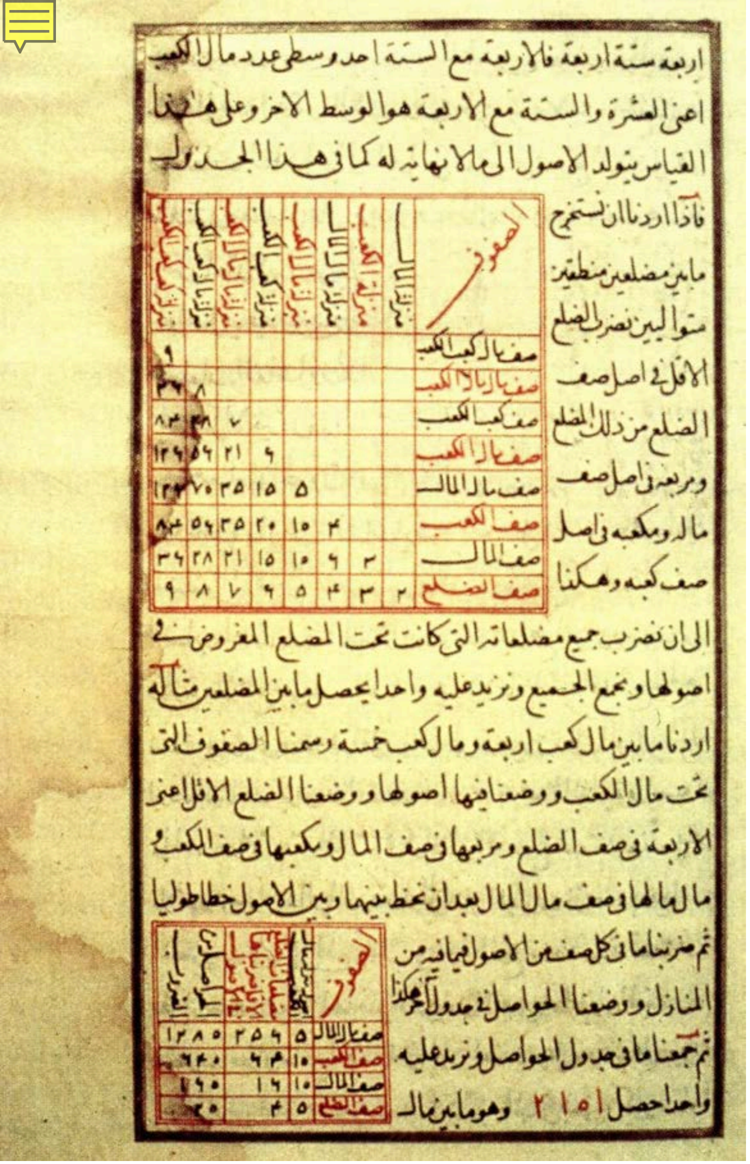
Il triangolo di Tartaglia nel IX secolo
Dal *Miftāb al-bisāb* di Mas'ud al Kāsi

I continuatori di al-Khwārizmī

IX Secolo

Thābit ibn Qurra, al-Mahani, Qustā ibn Lūqā , Abu-Kamil, Abū al-Jūd ecc.

Si inizia una rilettura degli elementi di Euclide in termini algebrici dando vita a quello che oggi chiamiamo l'algebra geometrica euclidea, si studiano altri tipi di equazioni. Si precisano le dimostrazioni.



Il triangolo di Tartaglia nel IX secolo
Dal *Miftāb al-bisāb* di Mas'ud al Kāsi

I continuatori di al-Khwārizmī

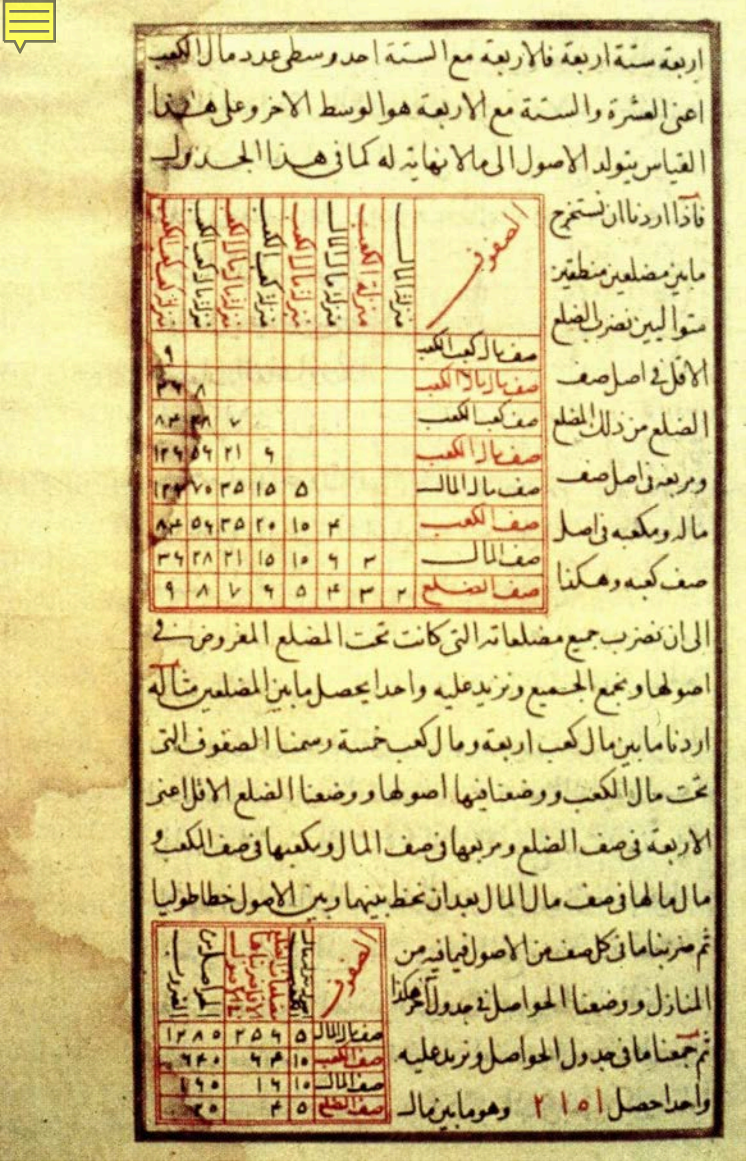
IX Secolo

Thābit ibn Qurra, al-Mahani, Qustā ibn Lūqā , Abu-Kamil, Abū al-Jūd ecc.

Si inizia una rilettura degli elementi di Euclide in termini algebrici dando vita a quello che oggi chiamiamo l'algebra geometrica euclidea, si studiano altri tipi di equazioni. Si precisano le dimostrazioni.

X secolo

al- Karaji e la sua scuola introduce e studia le operazioni tra polinomi compresa la divisione e studia le equazioni diofantee



Il triangolo di Tartaglia nel IX secolo
Dal *Miftāb al-bisāb* di Mas’ud al Kāsi

I continuatori di al-Khwārizmī

IX Secolo

Thābit ibn Qurra, al-Mahani, Qustā ibn Lūqā , Abu-Kamil, Abū al-Jūd ecc.

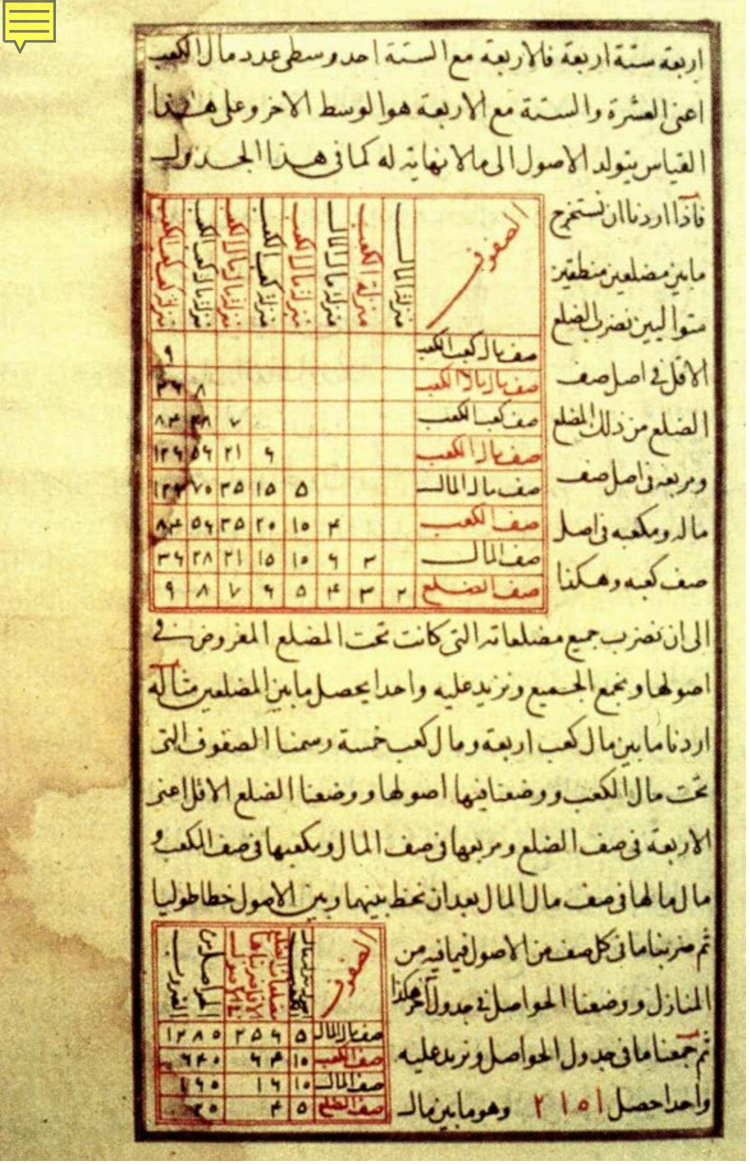
Si inizia una rilettura degli elementi di Euclide in termini algebrici dando vita a quello che oggi chiamiamo l’algebra geometrica euclidea, si studiano altri tipi di equazioni. Si precisano le dimostrazioni.

X secolo

al- Karaji e la sua scuola introduce e studia le operazioni tra polinomi compresa la divisione e studia le equazioni diofantee

XI secolo

al-Khayyām classifica e risolve tutte le equazioni di terzo grado tramite l’intersezione di due coniche



Il triangolo di Tartaglia nel IX secolo
Dal *Miftāb al-bisāb* di Mas'ud al Kāsi

I continuatori di al-Khwārizmī

IX Secolo

Thābit ibn Qurra, al-Mahani, Qustā ibn Lūqā , Abu-Kamil, Abū al-Jūd ecc.

Si inizia una rilettura degli elementi di Euclide in termini algebrici dando vita a quello che oggi chiamiamo l'algebra geometrica euclidea, si studiano altri tipi di equazioni. Si precisano le dimostrazioni.

X secolo

al- Karaji e la sua scuola introduce e studia le operazioni tra polinomi compresa la divisione e studia le equazioni diofantee

XI secolo

al-Khayyām classifica e risolve tutte le equazioni di terzo grado tramite l'intersezione di due coniche

XII secolo

Al-Tusi determina le condizioni per l'esistenza di soluzioni positive per equazioni cubiche

al-Khayyām (1048-1131)

Nel Libro *Al-jabr wa al-muqābala*, al Khayyām classifica tutte le possibili equazioni che comprendano *numeri*, *lati, quadrati* e *cubi*, cioè le possibili uguaglianze ottenute combinando, con coefficienti positivi $1, x, x^2, x^3$.

6 equazioni binomie
$bx=c,\ ax^2=c,\ x^3=c,\ ax^2=bx,\ x^3=bx,\ x^3=ax^2.$

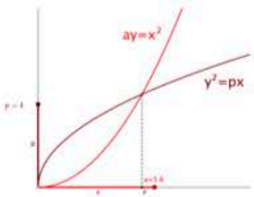
12 equazioni trinomie
$x^2+bx=c,\ x^2+c=bx,\ x^2=bx+c,\ x^3+ax^2=bx,\ x^3+bx=ax^2,\ x^3=ax^2+bx,\ x^3+bx=c,\ x^3+c=bx,\ x^3=bx+c,$
$x^3+ax^2=c,\ x^3+c=ax^2,\ x^3=ax^2+c.$

7 equazioni quadrinomie
$x^3+ax^2+bx=c,\ x^3+ax^2+c=bx,\ x^3+bx+c=ax^2,\ x^3=ax^2+bx+c,\ x^3+ax^2=bx+c,\ x^3+bx=ax^2+c,$
$x^3+c=ax^2+bx.$

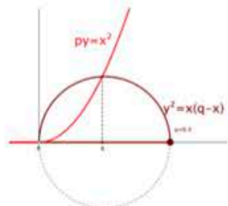
14 tipi non studiati da al-Khwārizmī e dai suoi continuatori
$x^3=c\ ,\ x^3+bx=c\ ,\ x^3+c=bx\ ,\ x^3=bx+c\ ,\ x^3+ax^2=c\ ,\ x^3+c=ax^2\ ,\ x^3=ax^2+c\ ,\ x^3+ax^2+bx=c\ ,$
$x^3+ax^2+c=bx\ ,\ x^3+bx+c=ax^2\ ,\ x^3=ax^2+bx+c\ ,\ x^3+ax^2=bx+c\ ,\ x^3+bx=ax^2+c\ ,\ x^3+c=ax^2+bx.$

al-Khayyām (1048-1131)

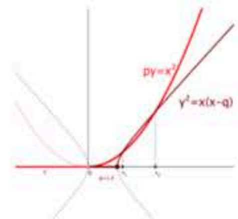
$x^3=c$



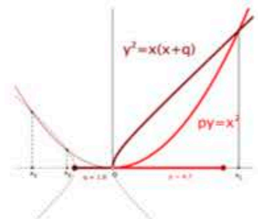
$x^3+bx=c$



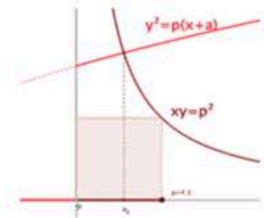
$x^3+c=bx$



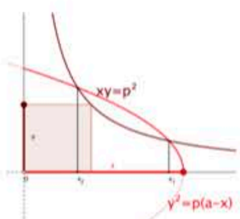
$x^3=bx+c$



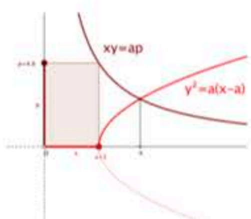
$x^3+ax^2=c$



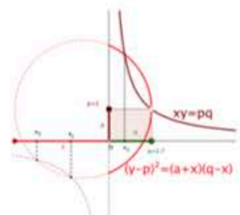
$x^3+c=ax^2$



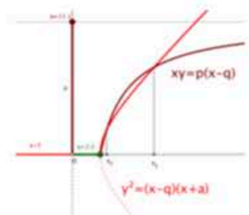
$x^3=ax^2+c$



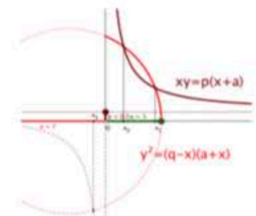
$x^3+ax^2+bx=c$



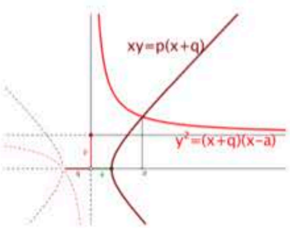
$x^3+ax^2+c=bx$



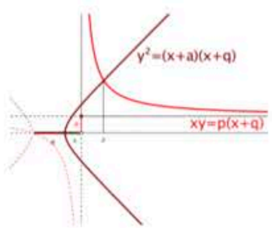
$x^3+bx+c=ax^2$



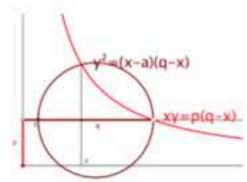
$x^3=ax^2+bx+c$



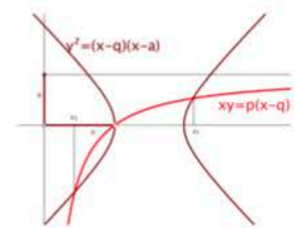
$x^3+ax^2=bx+c$



$x^3+bx=ax^2+c$



$x^3+c=ax^2+bx$



al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + c = ax^2$$

al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + c = ax^2 \qquad p = \sqrt[3]{c}$$

$$x^3 + p^3 = ax^2$$

al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + c = ax^2 \qquad p = \sqrt[3]{c}$$

$$x^3 + p^3 = ax^2$$

$$p^3 = x^2(a - x)$$

al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + c = ax^2 \qquad p = \sqrt[3]{c}$$

$$x^3 + p^3 = ax^2$$

$$p^3 = x^2(a - x) \qquad \frac{p^2}{x^2} = \frac{a - x}{p}$$

al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + c = ax^2 \qquad p = \sqrt[3]{c}$$

$$x^3 + p^3 = ax^2$$

$$p^3 = x^2(a - x) \qquad \frac{p^2}{x^2} = \frac{a - x}{p}$$

$$\frac{p}{x} = \frac{y}{p} = \frac{a - x}{y}$$

al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + c = ax^2 \qquad p = \sqrt[3]{c}$$

$$x^3 + p^3 = ax^2$$

$$p^3 = x^2(a - x) \qquad \frac{p^2}{x^2} = \frac{a - x}{p}$$

$$\frac{p}{x} = \frac{y}{p} = \frac{a - x}{y} \qquad \begin{cases} xy = p^2 \\ y^2 = p(a - x) \end{cases}$$

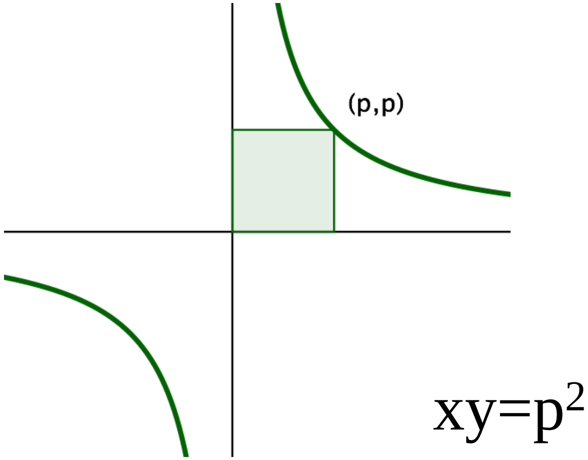
al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + p^3 = ax^2$$

$$\begin{cases} xy = p^2 \\ y^2 = p(a - x) \end{cases}$$

al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + p^3 = ax^2$$

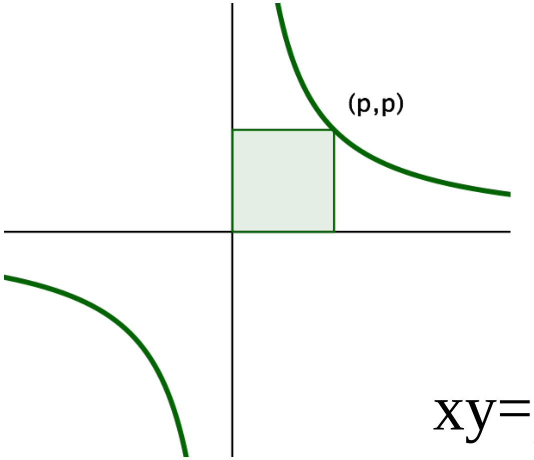


$$\begin{cases} xy = p^2 \\ y^2 = p(a - x) \end{cases}$$

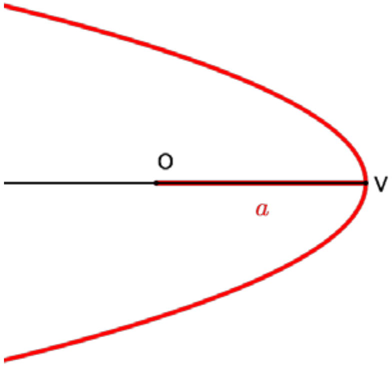
al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + p^3 = ax^2$$

$$\begin{cases} xy = p^2 \\ y^2 = p(a-x) \end{cases}$$



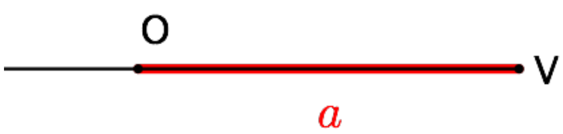
$xy=p^2$



$y^2=p(a-x)$

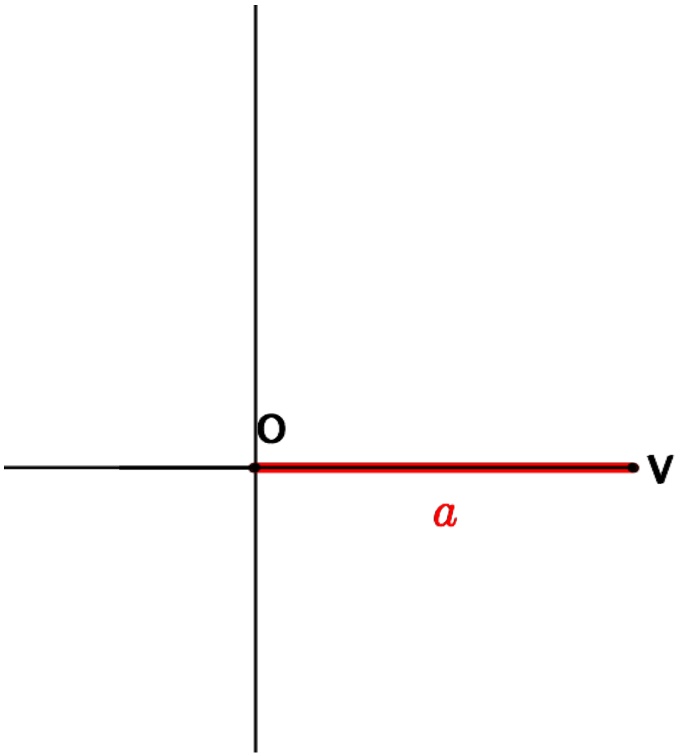
al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + p^3 = ax^2$$



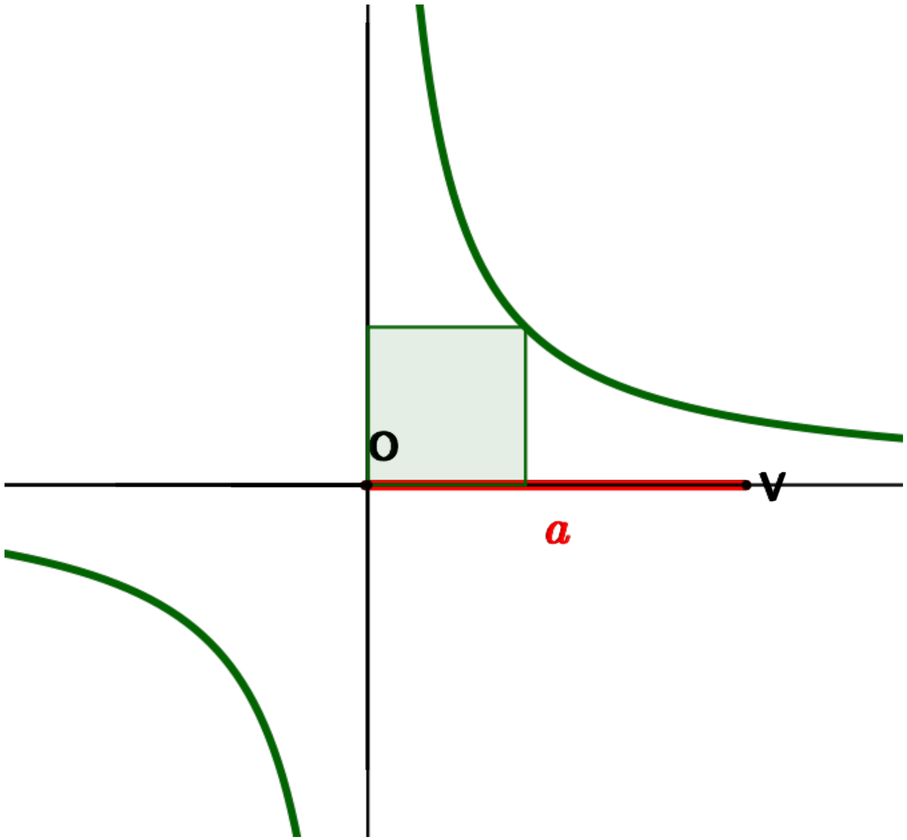
al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + p^3 = ax^2$$



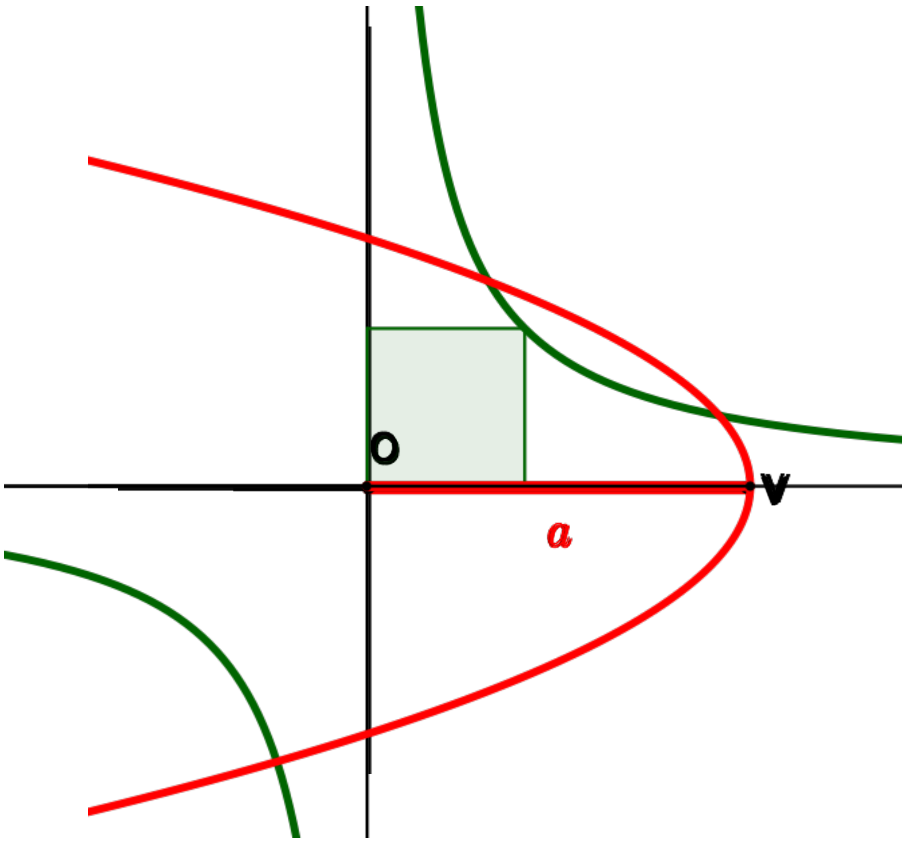
al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + p^3 = ax^2$$

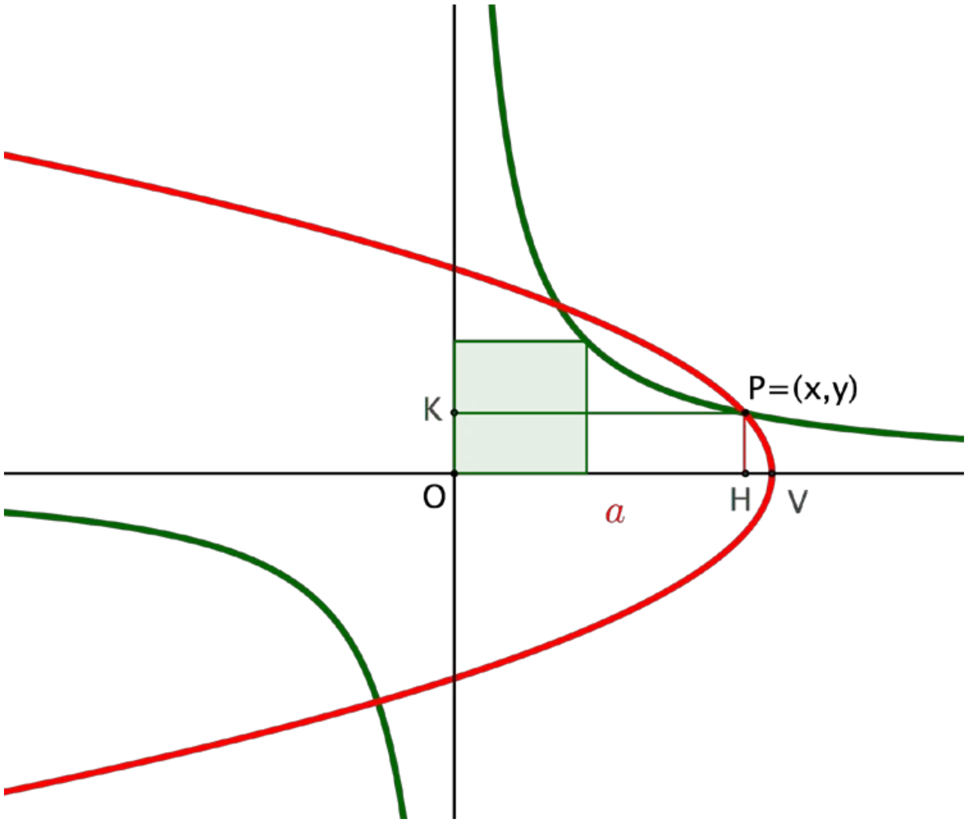


al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + p^3 = ax^2$$



al-Khayyām (1048-1131)

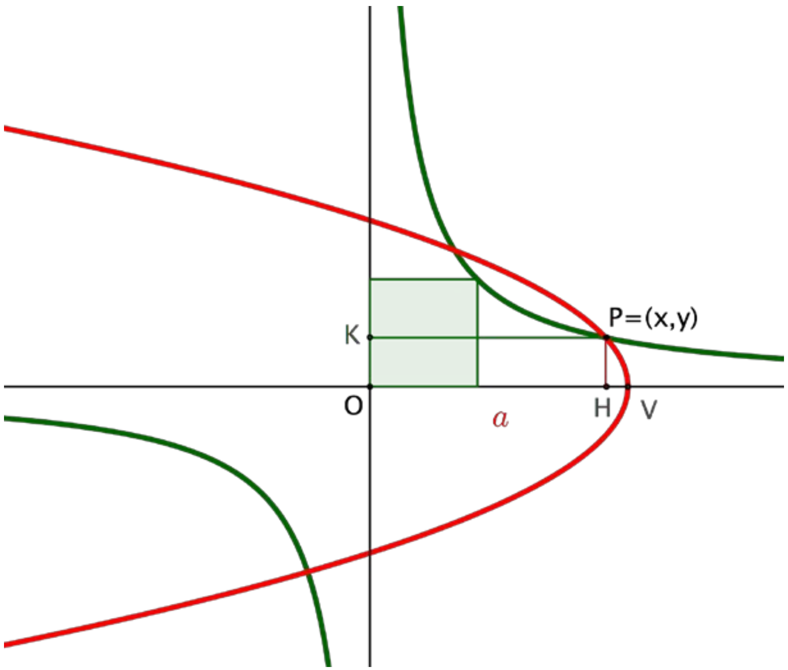


P appartiene alla parabola

$PH^2 = p_x HV$

$y^2=p(a-x)$

al-Khayyām (1048-1131)



P appartiene alla parabola

$PH^2 = p \times HV$

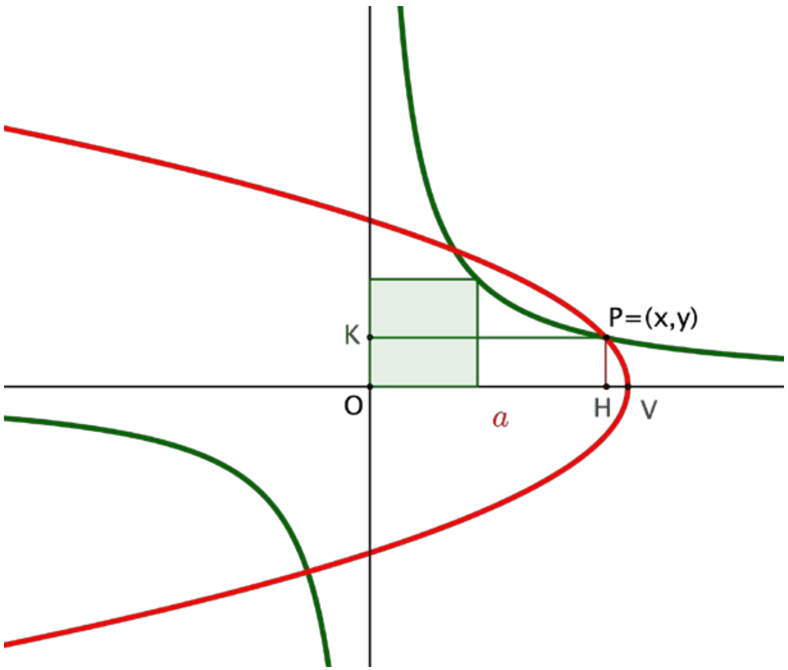
$y^2 = p(a-x)$

P appartiene all'iperbole

$PH \times PK = p^2$

$xy = p^2$

al-Khayyām (1048-1131)



P appartiene alla parabola

$PH^2 = p_x HV$

$y^2=p(a-x)$

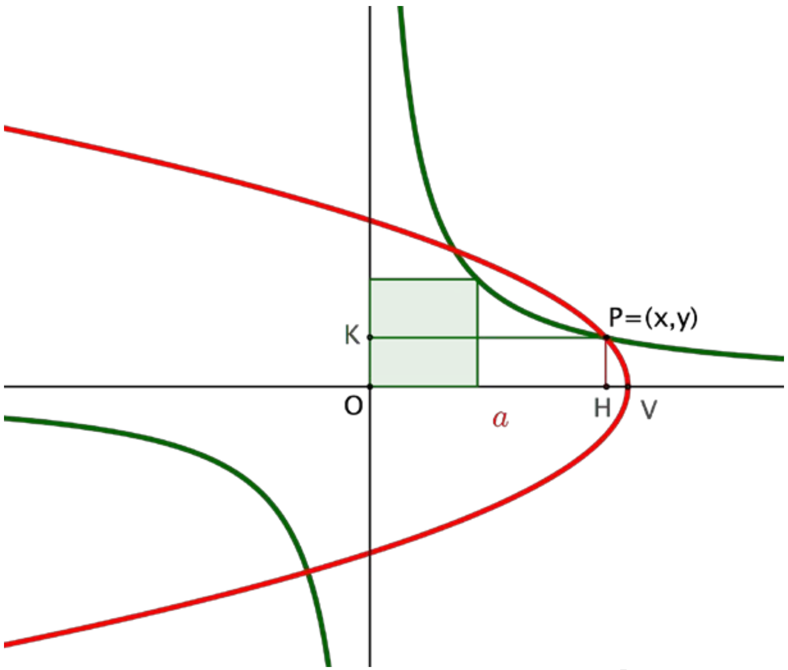
P appartiene all'iperbole

$PH_x PK=p^2$

$xy=p^2$

$$\frac{p}{x}=\frac{y}{p}=\frac{a-x}{y}$$

al-Khayyām (1048-1131)



$$\frac{p^2}{x^2} = \frac{a-x}{p}$$

P appartiene alla parabola

$PH^2 = p_x HV$

$y^2=p(a-x)$

P appartiene all'iperbole

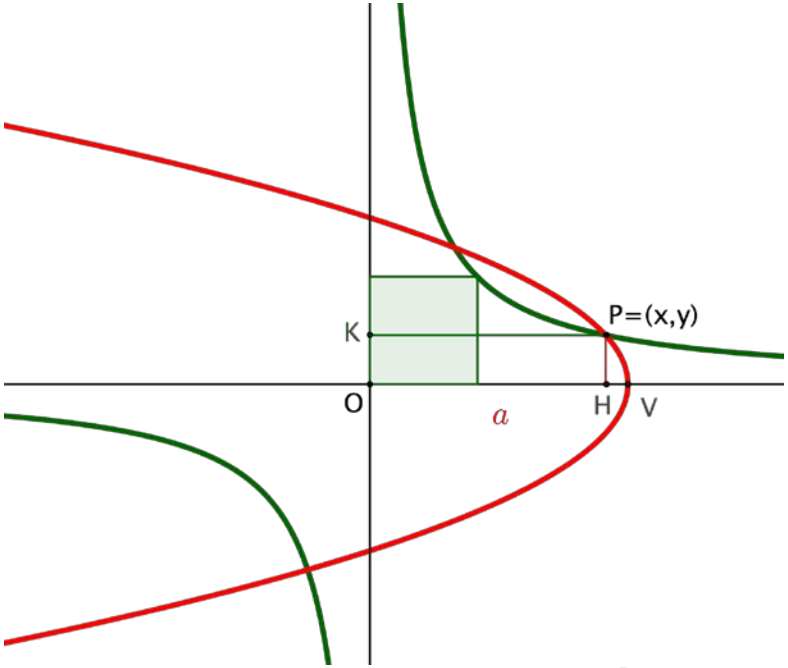
$PH_x PK=p^2$

$xy=p^2$

$$\frac{p}{x} = \frac{y}{p} = \frac{a-x}{y}$$

al-Khayyām (1048-1131)

$$x^3 + p^3 = ax^2$$



P appartiene alla parabola

$PH^2 = p \times HV$

$y^2 = p(a-x)$

P appartiene all'iperbole

$PH \times PK = p^2$

$xy = p^2$

$$\frac{p}{x} = \frac{y}{p} = \frac{a-x}{y}$$

$$\frac{p^2}{x^2} = \frac{a-x}{p}$$

al-Khayyām (1048-1131)

C’è un problema