Tutti gli uomini sono uguali.
A proposito della relazione di uguaglianza

Simonetta Di Sieno

Bari
6 ottobre 2018

Relazioni, dati e previsioni

– Classificare numeri, figure, oggetti in base a una o più proprietà, utilizzando rappresentazioni opportune, a seconda dei contesti e dei fini.

– Argomentare sui criteri che sono stati usati per realizzare classificazioni e ordinamenti assegnati.

– Leggere e rappresentare relazioni e dati con diagrammi, schemi e tabelle.

– Misurare grandezze (lunghezze, tempo, ecc.) utilizzando sia unità arbitrarie sia unità e strumenti convenzionali (metro, orologio, ecc.).

Quando una relazione è una uguaglianza?

Quando

- non importa in quale senso dico che due elementi sono in relazione fra loro;
- se un elemento *a* è in relazione con un elemento *b* e questo a sua volta è in relazione con un elemento *c*, allora *a* e *c* sono in relazione fra loro;
- ogni elemento è in relazione con se stesso.

Poligoni uguali?

Una prima definizione

Diciamo che due poligoni sono uguali se
hanno lo stesso numero di lati.

Il poligono A è uguale al poligono B se ha tanti lati quanti ne ha B.

Questa è una buona definizione di "uguaglianza"?

Deve trattarsi di una relazione che soddisfa le tre condizioni elencate qui sotto:

- è riflessiva, cioè ogni poligono è uguale a se stesso. E nel nostro esempio ciò è vero, anzi si tratta di un'osservazione quasi sciocca: un poligono non cambia numero dei lati...
- è simmetrica, cioè se il poligono A è uguale al poligono B, allora anche il poligono B è uguale al poligono A. Detto con altre parole, se A ha tanti lati quanti ne ha B, anche B ha tanti lati quanti ne ha A e non importa in che ordine si dice chi è uguale a chi.
- è transitiva, cioè se il poligono A è uguale a B e il poligono B è uguale a C, allora anche il poligono A e il poligono C sono uguali fra loro.

Ecco i poligoni messi in ordine!

Qualche esempio

È una buona definizione di uguaglianza fra i numeri naturali quella secondo cui due numeri sono “uguali” se hanno lo stesso resto nella divisione per 3? Quali numeri sono “uguali” a 0?
Quali sono “uguali” a 1?

Se l’insieme dei numeri naturali è suddiviso in due sottoinsiemi, quello dei pari e quello dei dispari, qual è la definizione di “uguaglianza “ fra numeri che c’è sotto?
Due numeri sono “uguali” se ... .

Qual è la definizione di “uguaglianza” fra le ore che sta sotto un orologio con le 12 lancette?

È una buona definizione di uguaglianza fra rette nel piano quella secondo cui due rette si dicono “uguali” se vanno nella stessa direzione?

- No
- Sì perché
  - ogni retta va nella stessa direzione di se stessa, cioè è “uguale” a se stessa;
  - se la retta *a* è “uguale” alla retta *b*, allora la retta *b* è “uguale” alla retta *a;*
  - se la retta *a* è “uguale” alla retta *b* e la retta *b* è “uguale” alla retta *c*, allora la retta *a* è “uguale” alla retta *c.*

a) Se avete risposto sì, avete dovuto verificare che valessero tutte e tre le condizioni elencate oppure ve ne sono bastate meno?

b) Se avete risposto sì, quali sono i sottoinsiemi in cui viene suddiviso l’insieme delle rette nel piano in modo da “rispettare” l’uguaglianza o, come si dice in matematica, quali sono le “classi di equivalenza” in cui viene suddiviso l’insieme delle rette del piano?

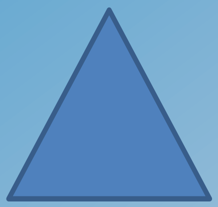
c) Disegnate 4 rette “uguali” fra loro e due rette “diverse” dalle prime quattro.

Nell’insieme dei triangoli del piano, la relazione «il triangolo T è in relazione con il triangolo S se almeno un lato di T è lungo come un lato di S» è una relazione di uguaglianza?

È simmetrica, è riflessiva, ma non è transitiva.

Guardate qui a fianco.

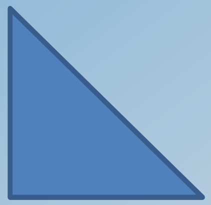
A



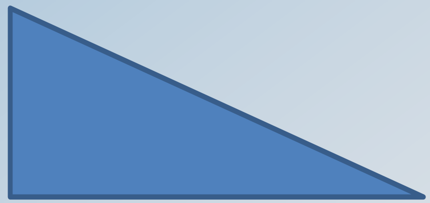
I triangoli A e B hanno

le “basi” uguali

B



C

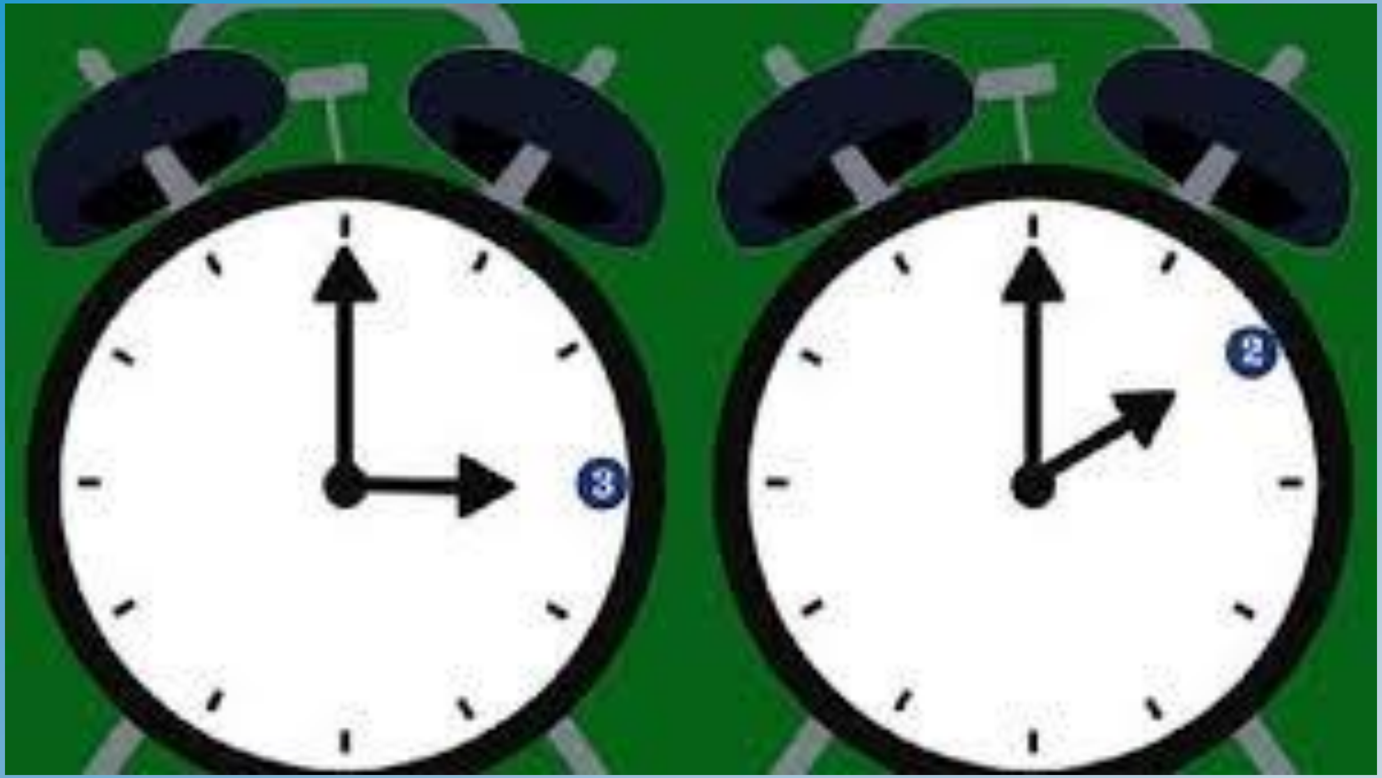


I triangoli B e C hanno

i lati perpendicolari alle

“basi” uguali fra loro

ma il triangolo A non alcun lato che sia uguale a un lato del triangolo C.



0; 12; 24; 36; …   hanno lo stesso resto nella divisione per 12
1; 13; 25; 37; …   hanno lo stesso resto nella divisione per 12
2; 14; 26; 38; …   hanno lo stesso resto nella divisione per 12

3 + 12 e 3   hanno lo stesso resto nella divisione per 12
3 + 11 e 2   hanno lo stesso resto nella divisione per 12

0; 24; 48; 72; …   hanno lo stesso resto nella divisione per 24
1; 25; 49; 73; …   hanno lo stesso resto nella divisione per 24
2; 26; 50; 74; …   hanno lo stesso resto nella divisione per 24

3 + 24 e 3   hanno lo stesso resto nella divisione per 24
3 + 23 e 2   hanno lo stesso resto nella divisione per 24

Una conseguenza? Un esempio?

Come scrivere che 13 diviso 2 fa 6 con il resto di 1?

Certo, possiamo scrivere

$$13 : 2 = 6 \text{ con resto } 1$$

oppure

$$13 : 2 = 6 \quad r = 1$$

ma la scrittura

$$13 = 2 \times 6 + 1$$

ci fa fare un passo in avanti sulla strada della confidenza con il linguaggio simbolico e contiene tutte le informazioni che di solito servono.