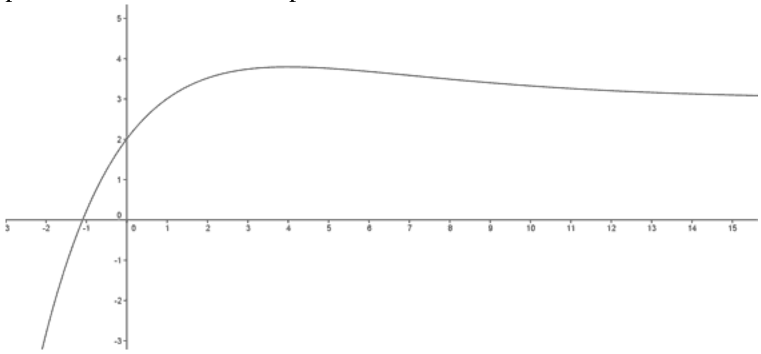
Ordinamento problema 2

1. Dalla condizione $f(0) = 2$, si ricava $b + 3 = 2$. Dal calcolo della derivata prima:

$$f'(x) = e^{-x/3}(a - \frac{ax+b}{3})$$

e dall'informazione $f'(4) = 0$, si ricava $a + b = 0$ ovvero $a = -b$. Si verifica così che risulta $a = 1$ e $b = -1$.

2. La funzione è definita su tutto R ed è sicuramente positiva per $x > 1$; inoltre in $x = 0$ assume il valore 2. Il limite di $f(x)$ per x tendente a $-\infty$ è uguale a $-\infty$; per x tendente a $+\infty$ vale 3: la retta di equazione $y = 3$ è asintoto orizzontale per $x \to +\infty$.
Il calcolo della derivata prima $f'(x) = e^{-x/3} \cdot \frac{4-x}{3}$ conferma che $x = 4$ è punto di massimo.
Il calcolo della derivata seconda $f''(x) = -\frac{1}{9}e^{-x/3} \cdot (7 - x)$ permette di concludere che la funzione è concava per $x < 7$, convessa per $x > 7$ e che $x = 7$ è un punto di flesso.



3. La regione in questione, limitatamente all'intervallo di estremi $x = 0$ e $x = 1$ (intersezione tra il grafico della funzione e quello della retta $y = 3$) è compresa tra i grafici di tale retta e quello della nostra funzione. Abbiamo dunque, integrando per parti, $A = \int_0^1 (1 - x) \cdot e^{-x/3}\, dx = 9e^{-1/3} - 6$.

4. Con una calcolatrice si verifica che $|(x - 1)e^{-x/3} + 3 - y_i| \leq 10^-1$ per $x = 0, 1, \ldots 6$. Infatti:

x	(x-1)*EXP(-x/3)+3	y	scarto
0	2	1,97	0,03
1	3	3,02	-0,02
2	3,513417119	3,49	0,02
3	3,735758882	3,71	0,03
4	3,790791414	3,8	-0,01
5	3,755502411	3,76	0,00
6	3,676676416	3,65	0,03

L'evoluzione del fenomeno non porterà mai a profitti inferiori a tre milioni di euro perché, per $x > 1$, la funzione $(x - 1)e^{-x/3} + 3$ è sempre maggiore o uguale a 3.