1. Nella funzione $f(x)$ si deve annullare il denominatore per $x = 3$ e $x = -3$ (asintoti verticali). Dunque $d = -9$. Inoltre gli zeri $x = 0$ e $x = 12/5$ impongono che il polinomio $p(x)$ sia del tipo $p(x) = kx(x - 12/5)$. L'asintoto orizzontale $y = 5$ impone che numeratore e denominatore siano infiniti dello stesso ordine (essendo polinomi devono avere lo stesso grado) e inoltre lo zero della funzione impone $k = 5$. Di conseguenza
$$f(x) = \frac{5x^2 - 12x}{x^2 - 9}$$
Annullando la derivata prima $f'(x)$ si ottengono i valori $x = 3/2$ e $x = 6$ corrispondenti rispettivamente a un massimo e a un minimo relativi.

2. La funzione $g(x)$ si annulla per $x = 0$. Per $x > 0$ è sempre positiva e per $x < 0$ si ha sempre $g(x) < 0$ in quanto le potenze in $g(x)$ sono dispari.
$$\lim_{x\to\infty} \frac{g(x)}{1,1^x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^{2019}}{1,1^x} = 0$$
Perché le potenze sono infiniti di ordine inferiore agli esponenziali che hanno base maggiore di 1.

3. Detti x e y rispettivamente il lato del quadrato di base e l'altezza del parallelepipedo retto, il problema consiste nel minimizzare la funzione $f(x, y) = 8x+4y$ sotto la condizione $2x^2+4xy = S$ $(S > 0)$. Ricavata y dalla condizione e sostituita nella $f(x, y)$ si ottiene la funzione
$$g(x) = \frac{6x^2 + S}{x}$$
che ha un minimo per $x = \sqrt{S/6}$ come si verifica annullando $g'(x)$.

4. La condizione $\overline{PA} = \sqrt{2}\ \overline{PB}$ si traduce nell'equazione
$$\sqrt{(x - 2)^2 + y^2 + (z + 1)^2} = \sqrt{2}\sqrt{(x + 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2}$$
Elevando al quadrato e semplificando si ottiene l'equazione
$$x^2 + y^2 + z^2 + 12x - 8y - 6z + 13 = 0$$
che rappresenta una sfera di centro $C(-6, 4, 3)$. Si verifica che le coordinate $T(-10, 8, 7)$ soddisfano l'equazione della sfera. L'equazione del piano tangente in T ha come coefficienti i parametri direttori del raggio $CT : 4, -4, -4$. Dunque il piano tangente ha equazione
$$4(x + 10) - 4(y - 8) - 4(z - 7) = 0$$

5. (a) Considerando i dadi distinguibili, i casi possibili sono 6^4. La somma non supera 5 se escono tutti '1' oppure tre '1' e un '2'. Il secondo caso può verificarsi in quattro modi a seconda del dado in cui esce il '2'. I casi favorevoli sono perciò cinque. La probabilità richiesta è quindi $5/6^4$.
   (b) Il prodotto è multiplo di tre se almeno un esito è multiplo di tre. La probabilità che un esito sia multiplo di tre è $2/6 = 1/3$. Calcoliamo la probabilità che almeno un esito sia multiplo di tre come $1 - P(\text{nessun esito è multiplo di } 3) = 1 - (2/3)^4$.
   (c) Il massimo è quattro se è minore o uguale a quattro ma non minore o uguale a tre. La probabilità che il massimo sia minore o uguale a x è la probabilità che tutti gli esiti siano minori o uguale a x, perciò $(x/6)^4$. La probabilità richiesta è dunque pari a $(4/6)^4 - (3/6)^4 = (2/3)^4 - (1/2)^4$.

6. Dalla legge di Faraday-Newmann-Lenz $fem = -\frac{\Delta\Phi(\vec{B}}{\Delta t}$ $\qquad i = -\frac{1}{R}\frac{\Delta\Phi(\vec{B}}{\Delta t}$
   Il verso della corrente deve essere tale da opporsi alla variazione di flusso del campo magnetico.
   (a) $i_a = -\frac{1}{R}\frac{SB_f - SB_i}{t_f - t_i} = 5 \times 10^{-2}A$
   (b) $i_b = -\frac{1}{R}\frac{SB_f - SB_i}{t_f - t_i} = 0,15A$
   (c) $i_c = -\frac{1}{R}\frac{SB_f - SB_i}{t_f - t_i} = 3 \times 10^{-2}A$

7. Nel sistema di riferimento del laboratorio $v_m = \dfrac{\Delta S}{\Delta t} = 1,3 \times 10^8 m/s = 0,43\,c$
Considerando un sistema di riferimento solidale alla particella è possibile determinare il tempo proprio.

$$\gamma_p = \frac{1}{\sqrt{1-0,43^2}} = 1,11 \qquad t_0 = \frac{t}{\gamma_p} = 1,81\,ns$$

Nel sistema di riferimento della particella la velocità misurata è:

$$v_1 = \frac{v_p - v_N}{1 - \frac{v_p v_N}{c^2}} = -1,7 \times 10^8\,m/s$$

In questo sistema di riferimento la particella si muove in verso opposto rispetto all'asse positivo delle x.
Per determinare il tempo misurato sulla navicella consideriamo la dilatazione del tempo proprio.

$$\gamma_N = \frac{1}{\sqrt{1-0,56^2}} = 1,21 \qquad t_1 = \gamma_N t_0 = 2,19\,ns$$

La lunghezza misurata sulla navicella dunque è $|x_1| = |v_1| t = 0,37m$
Il risultato è coerente a quello che si ottiene applicando le trasformazioni di Lorenz.

8.

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \qquad F = qv_\perp B \sin\theta = m\frac{v_\perp^2}{r}$$

Considerando $v_\perp = v \sin\theta$

$$v_\perp = \frac{qBr}{m} = \frac{1,602 \times 10^{-19} C \cdot 1,06 \times 10^{-3} T \cdot 10,5 \times 10^{-2} m}{1,673 \times 10^{-27} kg} = 1,0 \times 10^4 m/s$$

$$T = \frac{2\pi r}{v_\perp} = \frac{\Delta x}{v_{//}} \qquad v_{//} = \frac{\Delta x}{2\pi r} v_\perp = \frac{\Delta x}{2\pi r}\frac{qBr}{m} = 5,8 \times 10^3 m/s$$

$\theta = \arctan \frac{v_\perp}{v_{//}} = 59,9°$ $\qquad v = \frac{v_\perp}{\sin\theta} = 1,16 \times 10^4 m/s$